

((به نام خداوند جان و خرد))

۲۱ دوره

سوالات امتحانات نهایی پایه دوازدهم

همراه با پاسخنامه از خرداد ۱۳۹۸ تا دی ماه ۱۴۰۴

رشته ریاضی و فیزیک

ریاضیات گسسته

رایگان

منبع اصلی: سایت وزارت آموزش و پرورش، مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

تنظیم و جمع آوری: واحد مشاوره دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب دو - ناحیه ۱ شیراز

رزاق خواجه زاده - مشاور تحصیلی

فروردین ۱۴۰۵

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	تعداد صفحه : ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

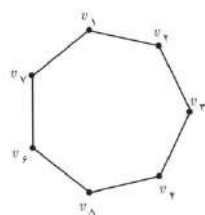
۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست .	۱
۲	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی ، یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل راس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است. د) مجموع درجه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف C_V را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری C_V را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد ؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
« بقیه سوالات در صفحه دوم »		

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته		نام و نام خانوادگی :		ساعت شروع: ۸ صبح		تعداد صفحه: ۲	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته : ریاضی فیزیک		تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۳/۲۵		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸							
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir							
ردیف		سوالات پاسخ نامه دارد					
		نمره					

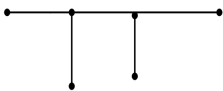
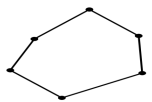
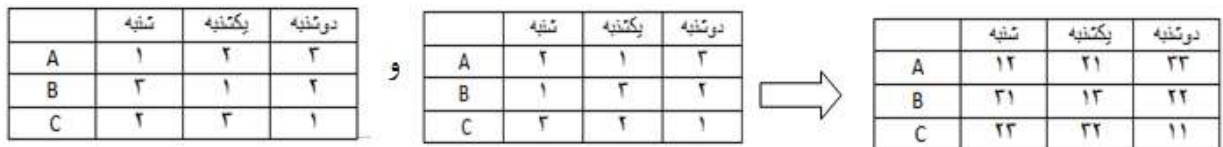
۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که : الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سبزه، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۱	اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (صفحه: ۷) گزاره همیشه درست $\Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0$	۱
۲	الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) $p-1$ (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) (صفحه: ۶۲ و ۵۳ و ۴۹ و ۳۸)	۲
۱/۵	(صفحه: ۱۴) $m = 13q_1 + 2$ (۰/۵) $3m = 13(3q_1) + 6$ (۰/۵) $5n - 3m = 13q' + 39$ (۰/۲۵) $n = 13q_2 + 9$ (۰/۵) $5n = 13(5q_2) + 45$ (۰/۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$ (۰/۲۵)	۳
۱	روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۰/۲۵)  $29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{5}$ (۰/۵) که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵) (صفحه ۲۴)	۴
۱/۵	(صفحه: ۲۵) $2y \equiv 18 \pmod{25} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{25}$ (۰/۲۵) $y = 5k + 4$ (۰/۲۵) و $x = -2k + 2$ (۰/۲۵)	۵
۱/۵	الف) $p = 6$ (۰/۲۵) ، $q = 7$ (۰/۲۵) ب) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵) ج) $\text{تعداد یال های گراف } G + \text{تعداد یال های گراف } \bar{G} = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\bar{G}$ مجموع درجه های رئوس گراف $\bar{G} = 16$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ تعداد یال های گراف $\bar{G} = 8$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)	۶
۱/۵	الف) $\gamma(G) = 3$ (۰/۵) ب) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) ج) $\{v_1, v_3, v_5\}$ و $\{v_2, v_4, v_6\}$ (۰/۵) (صفحه: ۴۵)	۷



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح		نمره

۸	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضو ی مانند a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم (۰/۲۵) در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵) ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵) (صفحه: ۴۶)	۱/۵
۹	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) (صفحه: ۵۳)	۱
۱۰	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \rightarrow P = 3 \times 7! \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۷۵)$ (صفحه: ۵۸)	۱
۱۱	الف) $5! \times 6! \quad (۰/۵)$ ب) $5! \times 7! \quad (۰/۵)$ ج) $10! \times 2! \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۵۷)	۱/۵
۱۲	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(۰/۲۵)} \binom{n+k-1}{k-1} \rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۷۲)	۱
۱۳	 (صفحه: ۶۹) (۰/۵)	۱/۵
۱۴	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $n(A \cup B) = \left[\frac{90}{2} \right] + \left[\frac{90}{3} \right] - \left[\frac{90}{6} \right] \quad (۰/۷۵) \quad n(A \cup B) = 60 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸۴)	۱/۲۵
۱۵	تعداد کبوترها: 50.5 دانش آموز (۰/۲۵) تعداد لانه ها: $7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) $6 + 1 = 7 \quad (۰/۵)$ $\begin{array}{r} 50.5 \\ - 50.4 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 84 \\ 6 \end{array}$ طبق اصل لانه کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)	۱/۲۵

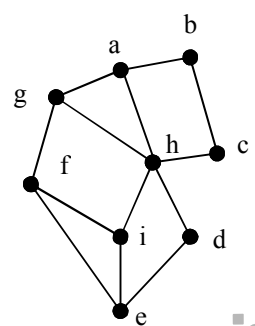
«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

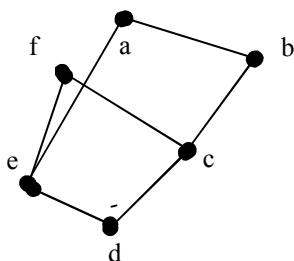
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۵/۱
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۵/۱
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۵/۱
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب ۲، ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۰ بیابید.	۵/۱
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۵/۱
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۵/۱
۷	گراف G با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
» بقیه سؤالات در صفحه دوم«		

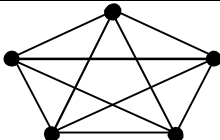
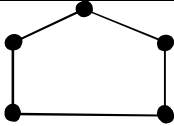
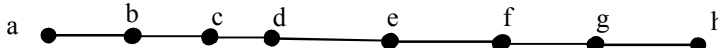
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			

۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید. 	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

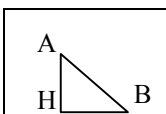
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب			۰/۵
۲	الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ ب) همبند ۰/۲۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ د) به ترتیب متن سوال n و (k+۱) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب			۱/۵
۳	$x^r + y^r + z^r \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^r + 2y^r + 2z^r \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^r + y^r - 2xy) + (y^r + z^r - 2yz) + (x^r + z^r - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x - y)^r + (y - z)^r + (x - z)^r \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب			۱/۵
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب			۱/۵
۵	$\underbrace{27 \equiv 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^v \equiv 1^v}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^v + 19 \equiv 1^v + 19 = 20}_{(0/25)} \Rightarrow (27)^v + 19 \equiv 7 \cdot / 5$ صفحه ۲۱ کتاب			۱/۵
۶	$2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 4 \cdot / 25 \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب			۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب			۲



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																									
۸	الف) ۰/۵ صفحه ۴۲ کتاب  ب) ۰/۵ 	۱																									
۹	الف) ۰/۵ ب) ۰/۵ ج) ۰/۵ لطفاً به پاسخ های دیگر برای قسمت های ب و ج نمره تعلق گیرد. صفحه ۵۴ کتاب  $\{a, d, g\}$ $\{a, d, e, h\}$	۱/۵																									
۱۰	یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت $\{a, h, f, b\}$ است. ۰/۵ اکنون با حذف راس a از آن ، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می آید. ۰/۵ صفحه ۴۷ کتاب	۱																									
۱۱	الف) ۰/۵ ب) ۰/۵ ج) ۰/۵ صفحه ۷۲ کتاب $۴! \times ۶!$ $۵! \times ۴!$ $۳! \times ۷!$	۱/۵																									
۱۲	۰/۲۵ $x_1 + x_r + x_p + x_q + x_d + x_f = ۱۲ \rightarrow y_1 + ۳ + x_r + x_r + x_r + y_d + ۴ + x_f = ۱۲$ $y_1 + x_r + x_r + x_r + y_d + x_f = ۵$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{۵+۶-۱}{۶-۱}$ (۰/۵) صفحه ۷۲ کتاب	۱																									
۱۳	<table><tr><td></td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>C_1</td><td>T_1</td><td>T_r</td><td>T_r</td><td>T_f</td></tr><tr><td>C_r</td><td>T_f</td><td>T_1</td><td>T_r</td><td>T_r</td></tr><tr><td>C_r</td><td>T_r</td><td>T_f</td><td>T_1</td><td>T_r</td></tr><tr><td>C_f</td><td>T_r</td><td>T_r</td><td>T_f</td><td>T_1</td></tr></table> صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفاً به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)		۱	۲	۳	۴	C_1	T_1	T_r	T_r	T_f	C_r	T_f	T_1	T_r	T_r	C_r	T_r	T_f	T_1	T_r	C_f	T_r	T_r	T_f	T_1	۱
	۱	۲	۳	۴																							
C_1	T_1	T_r	T_r	T_f																							
C_r	T_f	T_1	T_r	T_r																							
C_r	T_r	T_f	T_1	T_r																							
C_f	T_r	T_r	T_f	T_1																							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۴	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ صفحه ۸۴ کتاب	۱/۵												
۱۵	تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵ تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵  <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr> <tr> <td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr> <tr> <td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr> </table> طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس: $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ صفحه ۸۵ کتاب	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱/۵
•	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

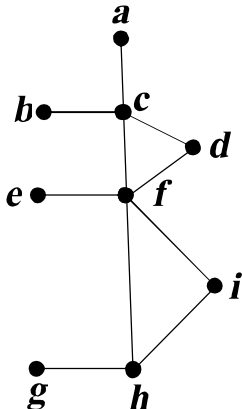
«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $ a, b = b $. ب) معادله هم‌نهشتی $a x \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b^m$ آن گاه $ac \equiv bc^m$.	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

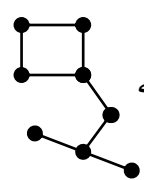
« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.		۱/۲۵																		
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.		۱/۲۵																		
۱۳	با حروف کلمه « می سی سی پی » چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟		۱																		
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌های یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.		۱/۲۵																		
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_3 > 3$ باشند.		۱																		
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟	<table border="1" data-bbox="183 1440 359 1599"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> <table border="1" data-bbox="411 1440 585 1599"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۰/۷۵
۱	۲	۳																			
۳	۱	۲																			
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۲	۳	۱																			
۳	۱	۲																			
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.		۱/۷۵																		
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.		۱																		
	"موفق باشید"	جمع نمره	۲۰																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			
۳	$\begin{aligned} a 4k+9 \\ a 6k+14 \end{aligned} \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵), \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^{22} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			
۶	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \equiv bc \quad (۰/۲۵)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (۰/۲۵)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1 \quad (۰/۲۵)} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y=9k+4 \quad (۰/۲۵), \quad x=-13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			
۸	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $5 \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			
۱۰	الف) a,c,d,b,e,a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c,f,h,g\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c,f,g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (کار در کلاس صفحه ۴۷)			
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه									
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹										
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir											
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره									
۱۲	الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10}. (۰/۲۵) در این گراف ها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 4$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹) ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 2$، (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)  (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			۱/۲۵									
۱۳	(مشابه مثال صفحه ۵۸) (۰/۲۵) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۷۵)			۱									
۱۴	الف) (۰/۵) $6! \times 5! \times 2!$ (ب) (۰/۷۵) $6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)			۱/۲۵									
۱۵	(۰/۲۵) $y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 14 \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)			۱									
۱۶	متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) <table border="1" data-bbox="220 1173 411 1319"><tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۵)			۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵
۱۱	۲۲	۳۳											
۳۲	۱۳	۲۱											
۲۳	۳۱	۱۲											
۱۷	$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵) $S = 3^4$ (۰/۲۵) ، $A_i = 2^4$ (۰/۲۵) ، $A_i \cap A_j = 1^4$ (۰/۲۵) ، $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵) $\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(۰/۲۵)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۷)			۱/۷۵									
۱۸	(سوال ۱۲ صفحه ۸۳) تعداد کبوتر ها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵) (۰/۲۵) _____ , _____ , _____ , , _____ ۱,۸۴ ۲,۸۳ ۳,۸۲ ۴۲,۴۳ چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعه شان ۸۵ است. (۰/۲۵)			۱									

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سؤالات ۱ تا ۱۴ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست، مثال نقض ارائه دهید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) اگر از مربع عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل همواره بر ۸ بخش پذیر است.	۱/۷۵
۲	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۴ برابر ۳ باشد، در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $2a+3$ بر ۸ را به دست آورید.	۱/۲۵
۳	اگر $n \in \mathbb{N}$ ، $9k+7 \mid n$ و $7k+6 \mid n$ ، ثابت کنید $n=1$ یا $n=5$.	۱
۴	باقی مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.	۱/۵
۵	معادله هم نهشتی $5x \equiv 2$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مجموع درجه های رأس های هر گراف تعداد یال ها است. ب) در یک گراف k -منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با است. پ) در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه گر گراف G می نامیم. ت) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم.	۱
۷	گراف G را در نظر گرفته و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $N_G[a]$ را با اعضا مشخص کنید. ب) یک دور به طول ۴ در این گراف مشخص کنید. پ) یک مسیر به طول ۳ و یک مسیر به طول ۴ از a به c بنویسید.	۱/۲۵
۸	در گراف G ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف $\bar{G}$ برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.	۰/۷۵
۹	گرافی ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید، به طوری که: الف) مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	عدد احاطه گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱/۲۵
۱۱	با ارقام عدد ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت.	۰/۷۵
۱۲	به چند طریق می توان از بین ۵ نوع گل، ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد، اگر بخواهیم، از گل نوع دوم حداقل ۲ شاخه و از گل نوع پنجم بیش از ۳ شاخه انتخاب کنیم.	۱/۲۵

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۴/۰۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	مربع لاتین مقابل را در نظر بگیرید و با اعمال یک جایگشت بر روی ۱، ۲، ۳، ۴ یک مربع لاتین جدید به دست آورید.	۱
----	---	---

۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
۲	۱	۴	۳
۴	۳	۲	۱

۱۴	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید.	۱
----	--	---

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

(ب)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

۳	۱	۲
۱	۳	۲
۲	۱	۳

(الف)

بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۵ تا ۲۲ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵	اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$	۱
۱۶	گراف G ، ۶ رأسی ۳-منتظم است. (الف) اندازه گراف G را بیابید. (ب) نمودار گراف G را رسم کنید.	۱
۱۷	ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۱۸	۴ دانش آموز پایه دهم و ۳ دانش آموز پایه یازدهم، به چند طریق می‌توانند در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: (الف) هیچ دو دانش آموز هم پایه کنار هم نباشند. (ب) همواره دانش آموزان پایه دهم کنار هم باشند.	۱
۱۹	به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم).	۱
۲۰	در بین اعداد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 100$ ، چند عدد وجود دارد که بر ۶ یا ۱۰ بخش پذیر است؟	۱
۲۱	در یک اردوی دانش آموزی حداقل چند دانش آموز حضور داشته باشند تا اطمینان داشته باشیم که لااقل ۷ نفر از آن‌ها ماه تولد یکسانی دارند؟	۱
۲۲	قرار است سه کارگر W_1, W_2, W_3 در سه روز متوالی با سه ماشین نخ‌ریسی و با ۳ نوع الیاف کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار رفته باشد. برای این منظور برنامه‌ریزی کنید.	۱
۲۴	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
پاسخ سوالات الزامی				
1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25) (مشابه قسمت ت کار در کلاس صفحه 3) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1}_{(0/25)} - 1 = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$ (مسأله 3 صفحه 15)			
2	$a = 4q + 3$ (0/25) $\Rightarrow 2a + 3 = \underbrace{8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q+1) + 1}_{(0/25)} = 8q' + 1$ (0/25) $\Rightarrow r = 1$ (0/25) (مشابه مثال صفحه 14)			
3	$n 9k + 7 \times (-7)$ (0/25) $\Rightarrow n -63k - 49 + 63k + 54$ (0/25) $\Rightarrow n 5$ (0/25) $\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1$ یا 5 (0/25) (مثال صفحه 12)			
4	$7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^{15} \equiv 4} 7^{30} \equiv 4$ (0/25) (مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)			
5	$2 \equiv 35$ (0/25) $\Rightarrow 5x \equiv 35$ (0/25) $\xrightarrow{(5,11)=1} x \equiv 7$ (0/25) $\Rightarrow x = 11k + 7$ (0/25) (مشابه سوال 14 صفحه 30)			
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) ب) k (0/25) (تعریف گراف منتظم صفحه 35) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44) ت) مینیمال (0/25) (تعریف صفحه 46)			
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 a, b, e, d, a (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت a, d, e, b, a نوشت، نمره داده شود). پ) مسیر به طول 3 a, e, b, c (0/25) و مسیر به طول 4 a, d, e, b, c (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)			
8	$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow 9 + 12 = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25) (مسأله 1 صفحه 38)			
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25) (تمرین 9 صفحه 53) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$. (0/25) (ذکر یک مجموعه کافی است.) رسم گراف (0/25) 			
10	برای گراف مورد سوال داریم $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lceil \frac{10}{3+1} \right\rceil = 3 \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)			
11	$\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) $= 42 \circ$ (0/25) (مشابه مثال پایین صفحه 58)			
12	(قسمت پ تمرین 8 صفحه 71) $x_1 + \dots + x_5 = 11$, $x_2 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) $\Rightarrow$ جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5)			
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم				

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح		نمره																		
13	با استفاده از جایگشت $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم. (مشابه تمرین 12 صفحه 72) (برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)		1 <table><tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>1</td></tr></table> (0/5)	3	2	1	4	1	4	3	2	4	1	2	3	2	3	4	1		
3	2	1	4																		
1	4	3	2																		
4	1	2	3																		
2	3	4	1																		
14	(الف) <table><tr><td>32</td><td>21</td><td>13</td></tr><tr><td>11</td><td>33</td><td>22</td></tr><tr><td>23</td><td>12</td><td>31</td></tr></table> (0/25) متعامدند، زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)	32	21	13	11	33	22	23	12	31	(ب) <table><tr><td>13</td><td>21</td><td>32</td></tr><tr><td>32</td><td>13</td><td>21</td></tr><tr><td>21</td><td>32</td><td>13</td></tr></table> (0/25) متعامد نیستند، زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود دارد. (0/25) (مثال صفحه 65)	13	21	32	32	13	21	21	32	13	1
32	21	13																			
11	33	22																			
23	12	31																			
13	21	32																			
32	13	21																			
21	32	13																			

پاسخ سوالات اختیاری

15	چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (0/25) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \quad (0/25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \quad (0/25) \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ (قسمت الف تمرین 1 صفحه 8)	1
16	(الف) $3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9 \quad (0/5)$ (ب) رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)	1 
17	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (0/25). از طرفی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v) = 2k$ زوج‌اند. (0/25) لذا $\sum_{v \in A} \deg(v) = 2q - 2k$ باید زوج باشد. (0/25) می‌دانیم تعدادی زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (0/25) (صفحه 40)	1
18	(الف) $4! \times 3! \quad (0/5)$ (ب) $4! \times 4! \quad (0/5)$ (مشابه مثال صفحه 57)	1
19	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: $(0/25) = 168 \circ (0/5) = \frac{8!}{4!} = (8)_4$. (مثال پایین صفحه 78)	1
20	(مشابه کار در کلاس صفحه 76) $A = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 1 \circ \circ, n = 6k\} \Rightarrow A = \left[\frac{1 \circ \circ}{6} \right] = 16 \quad (0/25)$ $B = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 1 \circ \circ, n = 1 \circ k\} \Rightarrow B = \left[\frac{1 \circ \circ}{1 \circ} \right] = 1 \circ \quad (0/25)$ $A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 1 \circ \circ, n = 3 \circ k\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{1 \circ \circ}{3 \circ} \right] = 3 \quad (0/25) \Rightarrow A \cup B = 16 + 1 \circ - 3 = 23 \quad (0/25)$	1

ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم

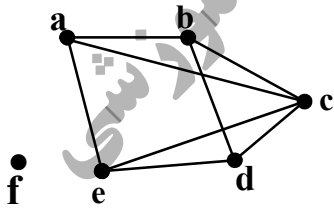
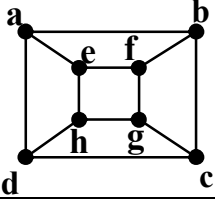
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: 8 صبح		مدت امتحان: 120 دقیقه																																																			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان : 1399/04/08																																																					
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																																																					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره																																																	
21		در این مسأله $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ (0/25) و تعداد لانه ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می‌بایست $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73$ باشد. (0/5) (مثال صفحه 82)						1																																																	
22		برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص کننده الیاف است. (سوال 14 صفحه 72)						1																																																	
		<table><tr><td></td><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr><tr><td>روز اول</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>روز سوم</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr></table> (0/25) = A <table><tr><td></td><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr><tr><td>روز اول</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>روز دوم</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>روز سوم</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td></tr></table> (0/5) = B $\Rightarrow$ <table><tr><td></td><td>W_1</td><td>W_2</td><td>W_3</td></tr><tr><td>روز اول</td><td>12</td><td>31</td><td>23</td></tr><tr><td>روز دوم</td><td>33</td><td>22</td><td>11</td></tr><tr><td>روز سوم</td><td>21</td><td>13</td><td>32</td></tr></table> (0/25) عدد سمت چپ هر درآیه نشان‌دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص‌کننده نوع الیاف است.							W_1	W_2	W_3	روز اول	1	3	2	روز دوم	3	2	1	روز سوم	2	1	3		W_1	W_2	W_3	روز اول	2	1	3	روز دوم	3	2	1	روز سوم	1	3	2		W_1	W_2	W_3	روز اول	12	31	23	روز دوم	33	22	11	روز سوم	21	13	32		
	W_1	W_2	W_3																																																						
روز اول	1	3	2																																																						
روز دوم	3	2	1																																																						
روز سوم	2	1	3																																																						
	W_1	W_2	W_3																																																						
روز اول	2	1	3																																																						
روز دوم	3	2	1																																																						
روز سوم	1	3	2																																																						
	W_1	W_2	W_3																																																						
روز اول	12	31	23																																																						
روز دوم	33	22	11																																																						
روز سوم	21	13	32																																																						
		جمع نمره						20																																																	

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$. پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$. ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۱/۲۵	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.	۲
۱/۲۵	فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a 2n+3$ و $a 3n+4$. نشان دهید $a = 1$.	۳
۱/۵	ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k+1$ یا $p = 6k+5$ ($k \in \mathbb{W}$) نوشته می‌شود.	۴
۱/۲۵	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2m - 5n)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.	۵
۱/۲۵	رقم یکان عدد $(7 + 3^{11})$ را به دست آورید.	۶
۱	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	۷
۲/۵	گراف G به صورت مقابل رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\Delta(G)$ ، $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) سه دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟ 	۸
۱	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.	۹
۱/۵	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید. 	۱۰
۰/۷۵	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۱۱
۱/۲۵	معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 \geq 1$ و $x_3 > 3$ باشند؟	۱۲
۰/۵	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۱۳

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

ب) بخش انتخابی

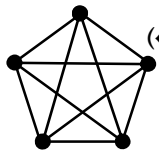
دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۲۱ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۴	فرض کنیم $a, b \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$ اگر $a \equiv b^m$, $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید: $a^n \equiv b^n$.	۱																		
۱۵	آیا گراف ۷ رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.	۱																		
۱۶	گراف P_6 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۱																		
۱۷	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید.	۱																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱۸	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱																		
۱۹	تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)	۱																		
۲۰	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۱																		
۲۱	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۱																		
	"موفق باشید"	جمع نمره																		
		۲۴																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴		
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) کار در کلاس صفحه ۳ ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) پ) نادرست (۰/۲۵) کار در کلاس صفحه ۷ ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	۱
۲	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۱/۲۵
۳	$a 2n+4 \Rightarrow a \underbrace{-2(2n+4)}_{(0/25)} + \underbrace{2(2n+2)}_{(0/25)} \Rightarrow a 1 \Leftrightarrow a = \pm 1 \Leftrightarrow a = 1 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}}$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۱/۲۵
۴	هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p = 6k$ (۱), $p = 6k+1$ (۲), $p = 6k+2 = 2(3k+1)$ (۳) $p = 6k+3 = 3(2k+1)$ (۴), $p = 6k+4 = 2(3k+2)$ (۵), $p = 6k+5$ (۶) در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶)، p می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$m = 17q + 5 \quad (q \in \mathbb{Z})$ $n = 17q' + 3 \quad (q' \in \mathbb{Z})$ $\Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q - 5q') - 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q - 5q' - 1) + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 12$ (۰/۲۵) (مثال پایین صفحه ۱۴)	۱/۲۵
۶	$2^5 \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{10} \equiv 2^2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 5 \pmod{10}$ (۰/۲۵) رقم یکان برابر ۵ است. (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۱/۲۵
۷	$2x \equiv 19 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2 \Rightarrow y = -2k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۱
۸	الف) $\Delta(G) = 4$, $\delta(G) = 0$ (۰/۵) ب) c, a, b, c (۰/۲۵), c, a, e, c (۰/۲۵), c, e, d, c (۰/۲۵) پ) ۵ (۰/۲۵) $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۷۵) ث) خیر (۰/۲۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹)	۲/۵
۹	$\frac{p(p-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow p^2 - p - 20 = 0 \Leftrightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲) رسم گراف (۰/۲۵) 	۱
۱۰	با توجه $\left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$. (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	$\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۰/۷۵) (به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود.) (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۵۹)	۰/۷۵

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴		
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۲	(سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱) $y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1 \text{ (۰/۲۵) , } y_r = x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = 4 + y_r \text{ (۰/۲۵) } \Rightarrow$ $1 + y_1 + x_r + 4 + y_r + x_f + x_d = 14 \text{ (۰/۲۵) } \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_f + x_d = 9 \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow \text{جواب: } = \begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ (۰/۲۵)}$	۱/۲۵																
۱۳	(توضیحات صفحه ۶۳) <table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr></table> (۰/۵)	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۴	۱	۰/۵
۱	۲	۳	۴															
۴	۱	۲	۳															
۳	۴	۱	۲															
۲	۳	۴	۱															

پاسخ سوالات اختیاری

۱۴	$a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m a^n - b^n$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^n \equiv b^n$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹)	۱									
۱۵	وجود ندارد. زیرا: (۰/۲۵) زوج $2q = 21$ فرد $\Rightarrow 3 \times 7 = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sum_{i=1}^7 \deg v_i = 2q$ (سوال ۸ صفحه ۳۸) همکاران گرامی، در صورتی که دانش آموزی با رسم شکل هم توضیح داد، نمره داده شود.	۱									
۱۶	(صفحه ۳۸) a, b, c, d (۰/۲۵), b, c, d, e (۰/۲۵) $\bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$ $a \quad b \quad c \quad d \quad e$ (۰/۵)	۱									
۱۷	در مربع لاتین مقابل، اعداد ۲ رقمی تکراری نداریم. پس دو مربع لاتین، متعامدند. (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶) <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> (۰/۷۵)	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۱
۱۱	۲۲	۳۳									
۳۲	۱۳	۲۱									
۲۳	۳۱	۱۲									
۱۸	(مثال صفحه ۷۴) $ \overline{F \cup V} = S - F \cup V = 25 - (15 + 14 - 9) = 5$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱									
۱۹	$A = \{a_1, a_2, a_3\}, b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$ (فعالیت صفحه ۷۹) به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f(a_1) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f \Rightarrow f(a_2) \neq f(a_1) \Rightarrow$ یک به یک به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f \Rightarrow f(a_3) \neq f(a_1), f(a_2) \neq f(a_3) \Rightarrow$ یک به یک بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (به روش $P(6,3) = \frac{6!}{3!}$ نیز نمره داده شود.)	۱									
۲۰	حل مسئله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با 8^4 است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)	۱									
۲۱	فصل تولد = لانه = ۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده = کبوتر = ۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)	۱									
۲۴	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	گزاره‌های درست را مشخص کرده و برای گزاره‌های نادرست، مثال نقض ارائه کنید. (الف) برای هر عدد طبیعی n بزرگ‌تر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است. (ب) برای دو عدد طبیعی a و b ، اگر $a b$ آن‌گاه $[a, b] = b $. (پ) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۷ برابر ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 5b)$ بر ۱۷ را بیابید.	۱
۴	اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $(3 + 2a + 4, 5a)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	باقی‌مانده تقسیم $(38^{36} + 19)$ را بر ۴ به دست آورید.	۱/۲۵
۶	معادله هم‌نهشتی $8x \equiv 2 \pmod{12}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.	۱
۷	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. (الف) مرتبه گراف نشان دهنده تعداد گراف می‌باشد. (ب) اگر یک یال، یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، این یال را می‌نامیم. (پ) دو یال را می‌نامیم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها را به هم متصل کند. (ت) تعداد رأس‌های فرد هر گراف عددی است.	۱
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید. (الف) درجه رأس e در گراف مکمل G چند است؟ (ب) تمام دورهای موجود در گراف G را بنویسید. (پ) $\Delta(G)$ را مشخص کنید.	۲
۹	(الف) گراف k - منتظم را تعریف کنید. (ب) گراف P_7 را رسم کنید. (پ) آیا گراف‌های C_n منتظم هستند؟	۱
۱۰	در گراف G که شکل آن در مقابل داده شده است: (الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۳ عضو بنویسید. (ب) عدد احاطه‌گری G را تعیین کنید.	۲
۱۱	با ارقام ۴، ۳، ۷، ۸، ۶ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که: (الف) اعداد زوج کنار هم باشند. (ب) اعداد فرد کنار هم باشند.	۱

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 17$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_5 = 2$ ، $x_6 > 2$ باشند.	۱/۵									
۱۳	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. $A \ni$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> الف) با اعمال یک جایگشت روی درآیه های مربع لاتین A، مربع لاتین B را تولید کنید. ب) متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲	۲
۲	۱	۳									
۳	۲	۱									
۱	۳	۲									
۱۴	مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 400\}$ را در نظر بگیرید. چند عدد در S وجود دارند به طوری که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش پذیر باشند.	۱/۵									
۱۵	حداقل چند نفر در یک سالن همایش حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم دست کم ۳ نفر وجود دارند که دو حرف اول و دوم نام خانوادگی آنها مانند هم و غیر تکراری است؟	۱									
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰									

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره	
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ، $2^4 - 1 = 15 \notin P$ ، $n = 4 \Rightarrow (۰/۲۵)$ (قسمت پ کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) (پ) درست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵)			۱	
۲	فرض خلف: $\alpha - \beta$ گویاست. (۰/۲۵) (تمرین ۳ صفحه ۸) $\alpha - \beta = m \in Q (۰/۲۵) \Rightarrow 2\alpha = m + n (۰/۲۵)$ $\alpha + \beta = n \in Q (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \alpha = \frac{m+n}{2} (۰/۲۵) \Rightarrow \alpha \in Q$ تناقض با فرض (۰/۲۵)			۱/۵	
۳	$a = 17q + 5 (۰/۲۵)$ $b = 17q' + 3$ $\Rightarrow 2a - 5b = \underbrace{17 \times 2q + 10 - 17 \times 5q' - 15}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{17(2q - 5q' - 1) + 12}_{(۰/۲۵)} = 17k + 12 \Rightarrow r = 12 (۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۱۴)			۱	
۴	$(5a + 4, 2a + 3) = d \Rightarrow \begin{matrix} d 2a + 3 (۰/۲۵) \\ d 5a + 4 (۰/۲۵) \end{matrix} \Rightarrow d -2(5a + 4) + 5(2a + 3) (۰/۲۵)$ $\Rightarrow d 7 (۰/۲۵) \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7 (۰/۲۵)$ (مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۶)			۱/۲۵	
۵	$38 \equiv 2 (۰/۲۵) \rightarrow 38^2 \equiv 4 \equiv 0 (۰/۲۵) \rightarrow 38^{36} \equiv 0 (۰/۲۵)$, $19 \equiv 3 (۰/۲۵) \Rightarrow 38^{36} + 19 \equiv 3 (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			۱/۲۵	
۶	$12x \equiv 20 \equiv 32 (۰/۲۵) \xrightarrow{(8,12)=4 (۰/۲۵)} x \equiv 4 (۰/۲۵) \Rightarrow x = 3k + 4 (۰/۲۵)$ (قسمت ب تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)			۱	
۷	الف) رئوس (۰/۲۵) (تعریف مرتبه صفحه ۳۵) ب) طوقه (۰/۲۵) (تعریف طوقه صفحه ۳۶) پ) مجاور (۰/۲۵) (تعریف دو یال مجاور صفحه ۳۶) ت) زوج (۰/۲۵) (نتیجه قضیه صفحه ۴۰)			۱	
۸	الف) ۳ (۰/۲۵) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) ب) $b, d, c, b (۰/۵)$, $a, b, c, a (۰/۵)$, $a, b, d, c, a (۰/۵)$ (تعریف دور صفحه ۳۸) توجه: در قسمت (ب) ممکن است دانش آموز شروع دور را با رأس دیگری آغاز کرده باشد. مثلاً دور b, d, c, b را به فرم d, b, c, d نوشته باشد. به این دورها نیز نمره داده شود. پ) ۴ (۰/۲۵) (مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷)			۲	
۹	الف) گرافی که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد. (۰/۵) (تعریف گراف منتظم صفحه ۳۵) ب) $\bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet - \bullet$ (۰/۲۵) (تعریف P_n صفحه ۳۸) (پ) بله (۰/۲۵) (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵)			۱	
ادامه پاسخها در صفحه دوم					

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۲۷					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره	
۱۰		الف) $\{1, 6, 4\}$ یا $\{1, 5, 7\}$ (۰/۷۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۵۴) ب) $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) \geq 2$ (۰/۲۵) (*). از سوی دیگر $\{2, 5\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) (**). از (*) و (**) نتیجه می شود که $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲)						۲	
۱۱		الف) $3! \times 3! = 36$ (۰/۵) ب) $2! \times 4! = 48$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)						۱	
۱۲		$y_7 = x_7 - 3, y_7 \geq 0$ (۰/۲۵), $x_8 = 2$ $x_1 + y_7 + 3 + x_7 + x_8 + 2 + x_6 = 17$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + y_7 + x_7 + x_8 + x_6 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ تعداد جواب ها $= \binom{16}{4}$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۵ کار در کلاس صفحه ۶۱)						۱/۵	
۱۳		الف) $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) ب) $\begin{bmatrix} 21 & 13 & 32 \\ 32 & 21 & 13 \\ 13 & 32 & 21 \end{bmatrix}$ (۰/۷۵) متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر، عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴ و مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۵)						۲	
۱۴		$A = \{n \in S \mid n = 5k, k \in Z\} \Rightarrow n(A) = \left\lfloor \frac{400}{5} \right\rfloor = 80$ (۰/۲۵) $B = \{n \in S \mid n = 7k, k \in Z\} \Rightarrow n(B) = \left\lfloor \frac{400}{7} \right\rfloor = 57$ (۰/۲۵) $A \cap B = \{n \in S \mid n = 35k, k \in Z\} \Rightarrow n(A \cap B) = \left\lfloor \frac{400}{35} \right\rfloor = 11$ (۰/۲۵) $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 400 - (80 + 57 - 11) = 274$ (۰/۲۵) (مشابه فعالیت صفحه ۷۵)						۱/۵	
۱۵		$n = 32 \times 31 = 992$ (۰/۲۵), $k+1=3 \Rightarrow k=2$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها $= 2 \times 992 + 1 = 1985$ (۰/۵) (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۲)						۱	
۲۰		جمع نمره							

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

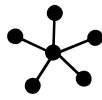
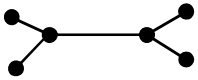
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند x و y وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) a و b اعدادی صحیح و a مخالف صفر است. اگر $a b$ آن گاه عدد شمارنده عدد است. ب) m عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود.	۰/۷۵
۵	باقی مانده تقسیم عدد $11 + 9 \times (1000)^{25}$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $x \equiv 1 \pmod{7}$ را حل کنید.	۱
۷	گراف G که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس a بنویسید. ت) آیا گراف G همبند است؟	۲
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۰	عدد احاطه گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که γ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸، رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن ها حروف کنار هم باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته		ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰				
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir				
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد			
	نمره			
۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم : از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.			
۱۴	مربع لاتین A را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع A را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را B نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین A و B را بررسی کنید.			
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$			
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟			
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟			
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟			
	جمع نمره			
	۲۰			
	"موفق باشید"			

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته			رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح				نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷) (ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)				۰/۵
۲	الف) عدد a شمارنده عدد b است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹) (ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)				۰/۷۵
۳	$(x-y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)				۱/۲۵
۴	(۰/۲۵) (۴) $p = 4k + 3$ (۳) $p = 4k + 2 = 2(2k + 1)$ (۲) $p = 4k + 1$ (۱) $p = 4k$ در حالت (۱) و (۳)، p عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)				۰/۷۵
۵	$1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{25} \times 9 + 11}_{(0/25)} \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2 \pmod{25}$ (مشابه مثال صفحه ۲۱)				۰/۷۵
۶	$7x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 21 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3 \pmod{4}$ (۰/۲۵) (۷، ۴) = ۱ (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)				۱
۷	الف) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) (ب) رأس f و 5 (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷) پ) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) (ت) خیر (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹)				۲
۸	مجموعه احاطه گر مینیمم مجموعه احاطه گری است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه گر مینیمال مجموعه احاطه گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نیست و می تواند از مجموعه احاطه گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد. هر مورد (۰/۲۵) (تعاریف صفحات ۴۴ و ۴۶)				۱
۹	$D = \{a, c, i, d\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود. (سوال ۴ صفحه ۴۶))				۱
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2 \leq \left\lceil \frac{10}{4+1} \right\rceil$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)				۱/۵
۱۱	الف)  (۰/۷۵) (ب)  (سوال ۸ صفحه ۵۳) (۰/۷۵)				۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۵) (ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)				۱
۱۳	(۰/۵) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$, $x_1 \geq 1$, $x_2 > 3$, $x_6 = 1$ (۰/۲۵) $y_1 = x_1 - 1$, $y_1 \geq 0$, $y_2 = x_2 - 4$, $y_2 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \mathcal{C} = \binom{10}{4}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)				۲

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																												
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸																														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																														
راهنمای تصحیح		نمره																																
۱۴		۱/۵																																
		<table><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> $\Rightarrow$ $B =$ <table><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> $\Rightarrow$ <table><tr><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr></table> (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵) متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵) (مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)						۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۲۱	۳۳	۱۲	۱۲	۲۱	۳۳	۳۳	۱۲	۲۱
۱	۲	۳																																
۲	۳	۱																																
۳	۱	۲																																
۱	۳	۲																																
۲	۱	۳																																
۳	۲	۱																																
۲۱	۳۳	۱۲																																
۱۲	۲۱	۳۳																																
۳۳	۱۲	۲۱																																
۱۵		۱/۷۵																																
		$F =15, V =11, B =9, F \cap V =5, B \cap V =6, F \cap B =3$ $F \cap B \cap V =3$ $= F - F \cap V - F \cap B + F \cap B \cap V =15-5-3+3=10$ (۰/۵) فقط فوتبال بازی کنند. $= V - F \cap V - V \cap B + F \cap B \cap V =11-5-6+3=3$ (۰/۵) فقط والیبال بازی کنند. $= B - F \cap B - V \cap B + F \cap B \cap V =9-3-6+3=3$ (۰/۵) فقط بسکتبال بازی کنند. $\Rightarrow \text{ج} = 10+3+3=16$ (۰/۲۵) (ت سوال ۳ صفحه ۸۳)																																
۱۶		۱																																
		الف) $3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 36$ (۰/۵) (مثال صفحه ۷۷) ب) $\frac{8!}{4!} = 1680$ (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)																																
۱۷		۰/۷۵																																
		$k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵) , $kn+1=54 \Rightarrow 4n=53$ (۰/۲۵) , $n = \left\lfloor \frac{53}{4} \right\rfloor = 13$ (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)																																
جمع نمره		۲۰																																

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

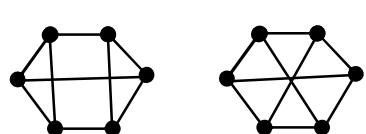
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a \mid b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m \mid b^n$. ب) اگر $a \mid b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b^m$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $a x \equiv b^m$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + 4$ و $a \mid 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌هیم که $r+x$ یک عدد گنگ است. <u>فرض خلف:</u> فرض کنیم $r+x$ گویا باشد. $(۰/۲۵)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(۰/۲۵) r+x-r \in \mathbb{Q}$ یعنی $x \in \mathbb{Q}$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(۰/۲۵)$ (مثال صفحه ۵)						۱
۲	الف) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(۰/۲۵)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(۰/۲۵)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(۰/۲۵)$ (تعریف صفحه ۲۴)						۱
۳	$(۰/۲۵) \Rightarrow a 27-20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a=7 \in P$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a 9(5k+3)-5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3)-5(9k+4)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)						۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a=3k$ که بر ۳ بخش‌پذیر است. $(۰/۲۵)$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+2=3(k+1) \Rightarrow a=3k+1$ یا $(۰/۲۵) \Rightarrow a+4=3(k+2) \Rightarrow a=3k+2$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش‌پذیر هستند. $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)						۱/۵
۵	$(۰/۲۵) \Rightarrow r=4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 9a+6 \equiv 24 \equiv 4$ $(۰/۲۵) \Rightarrow a \equiv 2$ $(۰/۲۵) \Rightarrow 4a-7 \equiv 3a-5$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)						۱
۶	$(۰/۲۵) \Rightarrow 5x+2(5k+4)=18 \Rightarrow y=5k+4$ $(۰/۵) \Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4$ $(۰/۲۵) \xrightarrow{(2,5)=1} 2y \equiv 18$ $(۰/۲۵) \Rightarrow x=-2k+2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)						۱/۵
۷	الف) $abgc$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bcdgb$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ $(۰/۲۵)$ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(۰/۲۵)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(۰/۵)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f)=\{\}$ $(۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)						۲/۲۵
۸	$(۰/۲۵) \Rightarrow p=6$ $(۰/۲۵) \Rightarrow \frac{3p}{2}=2p-3 \Rightarrow q=2p-3$ $(۰/۲۵)$ به یکی از دو گراف زیر $(۰/۵)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)						۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2$ $\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 2$ $(۰/۵)$ از طرفی مجموعه $D=\{b,e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(۰/۵)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(۰/۲۵)$ بنابراین $\gamma(G)=2$ $(۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت ۱ صفحه ۵۰)						۱/۵
۱۰	$D=\{a,e,c,h\}$ (۱) در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود. (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)						۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$						۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(۰/۵)$ ب) $2! \times 5!$ $(۰/۵)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)						۱
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم							

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه													
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir														
ردیف	راهنمای تصحیح				نمره												
۱۳	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0 \quad (0/25), y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0 \quad (0/25)$ $y_1 + 3 + x_7 + x_7 + y_4 + 4 + x_8 = 15 \quad (0/25) \Rightarrow y_1 + x_7 + x_7 + y_4 + x_8 = 8 \quad (0/25) \Rightarrow \mathcal{C} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)				۱/۵												
۱۴	(الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. <table><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> (۰/۲۵) <table><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵) (ب) <table><tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr></table> (۰/۲۵) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)				۱	۲	۲	۱	۲	۱	۱	۲	۱۲	۲۱	۲۱	۱۲	۱/۲۵
۱	۲																
۲	۱																
۲	۱																
۱	۲																
۱۲	۲۱																
۲۱	۱۲																
۱۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \quad (0/25) \Rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50 \quad (0/25), B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\} \quad (0/25)$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7 \quad (0/25)$ $ A \cap B' = A - A \cap B \quad (0/25) = 50 - 7 = 43 \quad (0/25)$ (سوال ۲ صفحه ۸۳)				۱/۵												
۱۶	$k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (0/25), \quad \underbrace{kn+1=19 \times 7+1}_{(0/25)} = 134 \quad (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۸۲)				۰/۷۵												
جمع نمره					۲۰												

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

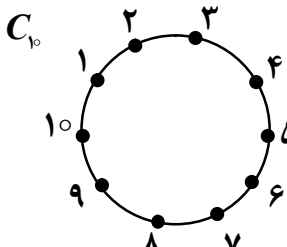
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a \mid b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a \mid mb, ma \mid b)$. پ) اگر $a \mid b$ آن گاه ب.م.م دو عدد a و b برابر با (a, a) است. ت) اگر $ac \equiv bc$ و $(c, m) = d$ آن گاه رابطه $(a \equiv b, a \equiv b)$ برقرار خواهد بود.	۱
۲	اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha - \beta$ گنگ است.	۱/۵
۳	ثابت کنید باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر یک است.	۱/۵
۴	اگر در تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۲۵
۵	معادله سیاله $6x + 7y = 185$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۷۵
۶	با توجه به گراف G (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مقدار $q - \Delta(G)$ را بیابید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) با ذکر دلیل مشخص کنید گراف مکمل G چند یال دارد؟	۰/۷۵ ۰/۵ ۰/۷۵
۷	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است. ب) اگر G یک گراف n رأسی با ماکزیمم درجه Δ باشد آن گاه $\gamma(G) > \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$. پ) در گراف P_n عدد احاطه گری برابر با $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ت) $\lceil 3/48 \rceil = 4$.	۱
۸	عدد احاطه گری گراف G (شکل مقابل) را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۹	گراف C_{10} را رسم کنید. الف) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین نمایید.	۱/۵

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۱۰/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

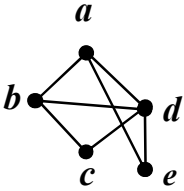
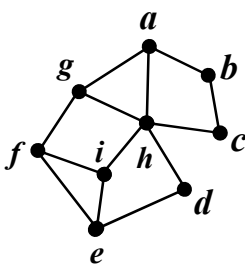
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
۱۰	می‌خواهیم با حروف «ش»، «الف» و «ت» و ۵ عدد ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ یک کاراکتر تشکیل دهیم، مطلوب است، تعداد کل رمزهایی که در هر یک از آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۰/۵
۱۱	با حروف کلمه <u>جیرجیرک</u> چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت؟	۱
۱۲	به چند طریق می‌توان از بین ۶ نوع گل متفاوت، ۱۰ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع سوم حداقل ۴ شاخه و از نوع ششم بیش از ۲ شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۳	در مربع لاتین A (شکل زیر) جای سطر اول و سوم را با هم جابه‌جا کنید تا مربع لاتین B ایجاد شود. سپس با ذکر دلیل بررسی کنید آیا A و B دو مربع لاتین متعامد هستند؟	۱/۲۵
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	
۱۴	از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۳۰۰، $(1 \leq n \leq 300)$ چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ بخش پذیر نیست؟	۱/۵
۱۵	ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی، حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					
نمره							
۱	الف) گنگ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵) ب) $a \mid mb$ (۰/۲۵) (ویژگی ۱ صفحه ۱۰) $\frac{m}{d}$ پ) $ a $ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) $a \equiv b$ (۰/۲۵) (ویژگی ۷ صفحه ۲۲)						۱
۲	فرض خلف: فرض کنیم $\alpha - \beta$ گویا باشد. (۰/۲۵) می‌دانیم جمع دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) \in Q$ (۰/۲۵). یعنی $2\alpha \in Q$ (۰/۲۵). در نتیجه $\alpha \in Q$ (۰/۲۵) و این با فرض گنگ بودن α تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸)						۲
۳	$a = 2k + 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۲۵) $= 4k(k+1) + 1$ (۰/۲۵) $= 4 \times 2q + 1$ (۰/۲۵) $= 8q + 1$ (۰/۲۵) ضرب دو عدد صحیح متوالی $\Rightarrow r = 1$ (۰/۲۵) (مسئله ۳ صفحه ۱۵)						۳
۴	$a = bq + r$, $0 \leq r < b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a - bq = r$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} n \mid a \\ n \mid b \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid a - bq$ (۰/۲۵) $\Rightarrow n \mid r$ (۰/۲۵) (تمرین ۱۲ صفحه ۱۷)						۴
۵	$6x \equiv 185 = 23 \times 7 + 24$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6x \equiv 24$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(6,7)=1} x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 7k + 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 6(7k + 4) + 7y = 185$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -6k + 23$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۰)						۵
۶	الف) $7 - 4 = 3$ (۰/۲۵) (مفهوم اندازه گراف صفحه ۳۵ و مفهوم ماکزیمم درجه صفحه ۳۷) ب) $ab c d a$ یا $a d b c a$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) $q(G) + q(\overline{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 7 + q(\overline{G}) = 15$ (۰/۲۵) $\Rightarrow q(\overline{G}) = 8$ (۰/۲۵) (مسئله ۳ صفحه ۳۸)						۶
۷	الف) نادرست (۰/۲۵) (تعریف احاطه گر مینیمم صفحه ۴۴ و تعریف احاطه گر مینیمال صفحه ۴۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (کادر بالای صفحه ۴۹) پ) درست (۰/۲۵) (تمرین ۵ صفحه ۵۳) ت) درست (۰/۲۵) (مفهوم سقف یک عدد در صفحه ۴۸)						۷
۸	طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۵). از طرفی مجموعه $D = \{b, e, g\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (مشابه کار در کلاس صفحه ۵۰)						۸
ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم							

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷				
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir				
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره	
۹	رسم نمودار (۰/۲۵) الف) $D=\{1,4,7,10\}$ (۰/۵) (به گاما مجموعه های درست دیگر نیز نمره داده شود.) ب) $D=\{1,3,5,7,9\}$ (۰/۷۵) (به مجموعه های احاطه گر مینیمال درست دیگر نیز نمره داده شود.)  (مشابه سوال ۱۱ صفحه ۵۴)					۱/۵		
۱۰	$6! \times 3!$ (۰/۵)					(مشابه مثال صفحه ۵۶)		۰/۵
۱۱	$\frac{7!}{2! \times 2! \times 2!}$ (۱)					(مشابه مثال صفحه ۵۸)		۱
۱۲	$x_1 + x_r + x_r + x_r + x_r + x_r = 10$ (۰/۲۵) $x_r \geq 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_r = x_r - 4, y_r \geq 0$ (۰/۲۵) $x_r > 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_r = x_r - 3, y_r \geq 0$ (۰/۲۵) $x_1 + x_r + y_r + 4 + x_r + x_r + y_r + 3 = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + y_r + x_r + x_r + y_r = 3 \Rightarrow \mathcal{C} = \binom{8}{5}$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)					۱/۷۵		
۱۳	$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{bmatrix} 12 & 23 & 31 \\ 33 & 11 & 22 \\ 21 & 32 & 13 \end{bmatrix}$ (۰/۵) متعامدند. (۰/۲۵) زیرا در مربع آخر هیچ عدد ۲ رقمی تکراری وجود ندارد. (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۳ صفحه ۷۲)					۱/۲۵		
۱۴	$A = \{1 \leq n \leq 300 n = 4k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A = \left[\frac{300}{4} \right] = 75$ (۰/۲۵) $B = \{1 \leq n \leq 300 n = 5k \ (k \in N)\}$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 300 n = 20k \ (k \in N)\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{300}{20} \right] = 15$ (۰/۲۵) $ A \cap B' = A - A \cap B $ (۰/۲۵) $= 75 - 15 = 60$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۸۳)					۱/۵		
۱۵	برای این که مجموع دو عدد زوج باشد، هر دو عدد یا باید زوج باشند و یا هر دو فرد. (۰/۲۵) بنابراین تعداد لانه ها برابر ۲ (۰/۲۵) و تعداد کبوترها ۳ است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل یک لانه وجود دارد که دو کبوتر در آن قرار می گیرد. یعنی حداقل دو عدد طبیعی از بین سه عدد وجود دارد که مجموعشان زوج خواهد شد. (۰/۲۵)					۱		
جمع نمره		۲۰						

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	رشته : ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

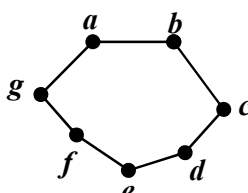
۱	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$، در این صورت $a > b$. (ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a \mid c, b \mid c)$ و $(\forall m > 0, a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$. (پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$. (ت) بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲ برابر ۲- است.	۱
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۱
۳	اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $4k + 1 \mid 5$ ، ثابت کنید $16k^2 + 28k + 6 \mid 25$.	۰/۷۵
۴	باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید.	۱
۵	اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟	۱/۲۵
۶	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. (الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم. (ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم. (پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است. (ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.	۱
۷	به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید. (الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید. (ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱
		
۸	(الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید. (ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.	۱/۲۵
		

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید.	۱
۱۱	گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. (الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.	۱/۵
۱۲	۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: (الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. (ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند.	۱
۱۳	با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟	۱
۱۴	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟	۱/۵
۱۵	الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت $1 \rightarrow 3$ $2 \rightarrow 2$ $3 \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 1$ مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید.	۲
۱۶	به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه															
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸																	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																	
ردیف		راهنمای تصحیح																			
نمره																					
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱)	(ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م صفحه ۱۳) (ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳)					۱														
۲	(مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$						۱														
۳	(سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \xrightarrow{+} 25 \mid 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 \mid 4k + 1 &\Rightarrow 25 \mid 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$						۰/۷۵														
۴	(مشابه مثال صفحه ۲۱) $\begin{aligned} 27 = 13 \times 2 + 1 &\Rightarrow 27 \equiv 1 \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \quad (0/25) \\ &\Rightarrow (27)^{13} + 18 \equiv 1 + 5 \quad (0/25) \Rightarrow r = 6 \quad (0/25) \end{aligned}$						۱														
۵	فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29 \quad (0/5) \quad 131 \equiv 5 \quad (0/25) \quad \text{بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است.} \quad (0/25)$ <table border="1"><tr><td>ش</td><td>ی</td><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table> (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴)	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶						۱/۲۵
ش	ی	د	س	چ	پ	ج															
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶															
۶	الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰)	(ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) (ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹)					۱														
۷	الف) رسم گراف (۰/۲۵). (تعریف مسیر و گراف C_n صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).  (ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)						۱														
۸	الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) (ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵)						۱/۲۵														
۹	برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵). برای احاطه کردن رئوس e, f, h حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$ (۰/۲۵). بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵). از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰)						۱/۲۵														
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم																					

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	رسم گراف (۰/۵). (تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱)	۱
	 $D = \{2, 5, 8\}$	
۱۱	الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.)	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵)	۱
۱۳	(۱) $\frac{9!}{3! \times 2!}$	۱
۱۴	$x_7 = 4, x_8 \geq 3 \Rightarrow x_8 = y_8 + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_7 + 4 + x_8 + 3 + y_8 + x_9 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_7 + x_8 + y_8 + x_9 = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵) (تمرین ۹ صفحه ۷۱)	۱/۵
۱۵	الف) (۰/۷۵) ب) (۰/۷۵)  (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴)	۲
۱۶	این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{5}{3} - (\underbrace{\binom{3 \times 3}{3}}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{\binom{3}{3}}_{(۰/۲۵)}) = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸)	۱/۲۵
۱۷	تعداد کبوترها=۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها= تعداد روزهای هفته $\times$ تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) (سوال ۹ صفحه ۸۳)	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

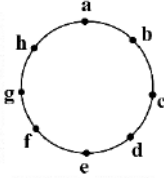
۱	هر یک از گزاره های زیر را اثبات و یا با ارائه مثال نقض کنید. (الف) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $2^n + 1$ اول است. (ب) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.	۱
۱/۲۵	a_1, a_2, a_3 اعدادی صحیح هستند و b_1, b_2, b_3 هم همان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته اند. ثابت کنید $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است.	۲
۰/۷۵	اگر عدد طبیعی a ، دو عدد $(5k + 9)$ و $(8k + 13)$ را عاد کند، ثابت کنید: $a = 1$ یا $a = 7$.	۳
۱	اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۶ و ۷ به ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقیمانده تقسیم عدد a بر ۴۲ بیابید.	۴
۱/۲۵	ثابت کنید باقیمانده تقسیم هر عدد بر ۹، برابر است با باقیمانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹.	۵
۱/۷۵	دانش آموزی در یک آزمون علمی شرکت کرده است، او به سؤالات ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۴۲ امتیاز کسب کرده است. (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد). این دانش آموز به چه صورت هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟	۶
۲/۲۵	با توجه به گراف (G) (شکل مقابل) به سؤالات زیر پاسخ دهید. (الف) یک مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. (ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. (پ) درجه رأس a را در گراف $\bar{G}$ تعیین کنید. (ت) آیا گراف G همبند است؟ (با ذکر دلیل) (ث) $N_G[f]$ را بنویسید.	۷
۱	به سؤالات زیر پاسخ داده و برای آنها دلیل ارائه کنید. (الف) یک گراف کامل ۱۱ رأسی چند یال دارد؟ (ب) در یک گراف از مرتبه ۸ با $\Delta = 3$ ، حداقل چند رأس برای احاطه همه رئوس لازم است؟	۸
۱/۵	به سؤالات زیر پاسخ دهید: (الف) گراف C_8 را رسم کنید. (ب) یک γ - مجموعه از آن مشخص کنید. (پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ - عضوی از آن را مشخص کنید.	۹
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	ساعت شروع: ۸ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱۰	با توجه به گراف (G) به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱/۲۵
۱۱	به چند طریق می توان ۴۵ دانش آموز را در چهار کلاس ۸ نفره، ۱۰ نفره، ۱۲ نفره و ۱۵ نفره در یک مدرسه قرار داد ؟	۱
۱۲	برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن $4! \times 7!$ باشد.	۱
۱۳	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله زیر را با شرایط داده شده به دست آورید. $x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ ($x_i \geq 0$ و $1 \leq i \leq 4$ و $x_5 = 2$)	۱/۵
۱۴	دومربع لاتین متعامد 3×3 را بنویسید. (دلیل متعامد بودن آنها را بیان کنید).	۱/۲۵
۱۵	تعداد توابع یک به یک، از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۷ عضوی را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)	۱/۲۵
۱۶	حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو نقطه از آنها فاصله شان کمتر از ۱ است ؟	۱
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) نادرست، مثال نقض $n=3$ (۰/۵) (مشابه کاردرکلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵)، اثبات: $a=2k+1 \Rightarrow a^2=(2k+1)^2=2(2k^2+2k)+1=2k'+1$ (۰/۲۵) (تمرین صفحه ۸)			۱
۲	اگر $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)$ زوج نباشد (فرض خلف) پس عددی فرد است، (۰/۲۵) پس هر سه عامل (a_1-b_1) و (a_2-b_2) و (a_3-b_3) هم باید فرد باشند، (۰/۲۵) در نتیجه مجموع آنها هم باید فرد باشد. (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسأله: مجموع این سه عبارت برابر صفر است که عددی زوج است، (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود. (۰/۲۵) (مثال صفحه ۶)			۱/۲۵
۳	$\begin{cases} a 5k+9 \\ a 40k+72 \end{cases} \Rightarrow a 7 \quad (0/25) \Rightarrow a=1 \vee a=7 \quad (0/25)$ (مشابه مثال ۳ صفحه ۱۲) $\begin{cases} a 5k+9 \\ a 40k+65 \end{cases} \Rightarrow a 7 \quad (0/25) \Rightarrow a=1 \quad (0/25)$			۰/۲۵
۴	$\begin{aligned} a=6q+3 & \quad (0/25) \Rightarrow 6a=42q+18 \\ a=7q'+5 & \quad (0/25) \Rightarrow 6a=42q'+30 \end{aligned}$ $(0/25) \Rightarrow r=33 \quad (0/25) \Rightarrow a=42(q-q'-1)+33 \quad (0/25) \Rightarrow 6a=42q'+3$ (مشابه مثال صفحه ۱۴)			۱
۵	عدد n رقمی $A=\overline{a_{n-1}a_{n-2}\dots a_0}$ را بسط می دهیم (۰/۲۵) و در هم نهشتی به پیمانه ۹ به جای هر توان ۱۰ عدد ۱ را قرار می دهیم (۰/۲۵)، داریم: (فعالیت صفحه ۲۲). $A=10^{n-1} \times a_{n-1} + \dots + 10^1 a_1 + 10^0 a_0 \Rightarrow A \equiv 1 \times a_{n-1} + \dots + 1 \times a_1 + a_0 \Rightarrow A \equiv a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)			۱/۲۵
۶	$\begin{aligned} 5x+3y=42 & \Rightarrow 5x \equiv 42 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow x=3k \Rightarrow 5(3k)+3y=42 \Rightarrow y=-5k+14 \\ & \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \end{aligned}$ $\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=14 \end{cases} \pmod{3} ; \begin{cases} x=3 \\ y=9 \end{cases} \pmod{3} ; \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases} \pmod{3} \quad (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۲۸)			۱/۲۵
۷	الف) $abgc$ (۰/۵) (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bcdgb$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ (۰/۲۵) (مسأله صفحه ۳۷) ت) خیر (۰/۲۵) زیرا دارای رأس ایزوله است (هیچ مسیری از f به سایر رئوس وجود ندارد). (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G[f]=\{f\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶)			۲/۲۵
۸	الف) (مسئله ۱ صفحه ۳۸) $\frac{p(p-1)}{2} = \frac{11(11-1)}{2} = 55 \quad (0/5)$ ب) (صفحه ۴۹) $\left \frac{n}{\Delta+1} \right = \left \frac{8}{3+1} \right = 2 \quad (0/5)$			۱

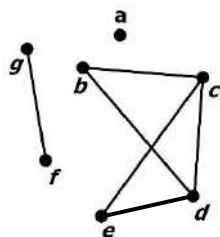
راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه																			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۰۶																					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir																					
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره																		
۹	الف) رسم گراف C_8 (۰/۵) (صفحه ۳۸) ب) $D = \{a, d, g\}$ (۰/۵) (تعریف صفحه ۴۴) پ) $\{a, c, e, g\}$: یک مجموعه احاطه گر مینیمال (۰/۵) (صفحه ۴۶)							۱/۵																	
۱۰	الف) $\{g, c\} \Rightarrow \gamma(G) = 2$ (۰/۵) (مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۲) ب) $\{h, d, b\}$ (۰/۷۵) (صفحه ۴۶)						۱/۲۵																		
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{45!}{8! \times 10! \times 12! \times 15!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. $\binom{45}{8} \times \binom{37}{10} \times \binom{27}{12} \times \binom{15}{15}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵۹)						۱																		
۱۲	۴ دانش آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش آموز پایه یازدهم را به چند طریق می توان در یک ردیف (کنار هم) قرار داد به طوری که همواره دانش آموزان پایه دوازدهم در کنار هم باشند. (۱ نمره) (با توجه به باز پاسخ بودن سؤال، به پاسخ های صحیح دیگر نمره داده شود) (تمرین صفحه ۷۱)						۱																		
۱۳	$x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 + 2 = 9 \Rightarrow x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 7$ (۰/۲۵) $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 9$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{9}{2} = 36$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 36 + 10 = 46$ (۰/۲۵) $x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{5}{2} = 10$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)						۱/۵																		
۱۴	الف) به هر کدام از مربع های لاتین مانند نمونه زیر (۰/۵) نمره . متعامدند چون در مربع ترکیبی عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴)						۱/۲۵																		
	<table border="1" data-bbox="344 1435 547 1579"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr></table> <table border="1" data-bbox="616 1435 825 1579"><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table>						۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	
۱	۲	۳																							
۲	۳	۱																							
۳	۱	۲																							
۳	۱	۲																							
۲	۳	۱																							
۱	۲	۳																							
۱۵	اگر فرض کنیم $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ و $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_7\}$ (۰/۲۵)، برای تعریف f روی هر عضو A، ۷ انتخاب داریم (۰/۲۵)، بنابراین طبق اصل ضرب (۰/۲۵) تعداد کل تابع های یک به یک برابر است با $\frac{7!}{2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$ (۰/۲۵) (اگر دانش آموزی از فرمول $\frac{7!}{2!} = 7$ پاسخ دهد نمره کامل داده شود.) (مشابه مثال صفحه ۷۸)						۱/۲۵																		
۱۶	۵ نقطه را کبوتر (۰/۲۵) و ۴ مثلث کوچک را لانه (۰/۲۵) در نظر می گیریم. طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) $(4 < 5)$ حداقل یک لانه (مثلث) وجود دارد که دو نقطه (کبوتر) در آن قرار می گیرد. (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۸۲)						۱																		
جمع نمره							۲۰																		

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

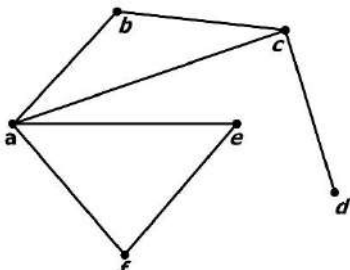
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{1}{x}$ نیز عددی گنگ است. ب) اگر $a b+c$ آنگاه $a b$ یا $a c$. پ) برای مقادیر حقیقی و نا صفر a و b به شرط آنکه $a+b \neq 0$ تساوی $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برقرار است. ت) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۶ وجود ندارد.	۱
۲	در جاهای خالی عبارت های مناسب بنویسید. الف) حاصل $([m^2, m], m^5)$ برابر با است. ب) اگر برای دو عدد صحیح و نا صفر a و b داشته باشیم $(a, b) = 1$ ، می گوئیم a و b هستند. پ) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از راس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامیم. ت) تعداد یال های گراف K_7 برابر است.	۱
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: « برای هر دو عدد حقیقی x و y داریم: $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1)$ »	۱
۴	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(4m+5)$ و $(6m+5)$ بر a بخش پذیر باشند ثابت کنید $a = \pm 1$.	۱/۲۵
۵	اگر a و b عددی صحیح و فرد باشد و در این صورت باقیمانده تقسیم عدد $(a^2 + b^2 + 5)$ را بر ۸ بیابید.	۱
۶	باقی مانده تقسیم عدد $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 20!$ را بر ۱۵ بدست آورید. (! نماد فاکتوریل می باشد)	۱/۵
۷	معادله همنهشتی $4x \equiv 10 \pmod{6}$ را در صورت امکان حل کرده و مجموعه جواب آن به دست آورید.	۱
۸	در هر مورد، عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) تعداد رئوس یک گراف را (اندازه ، مرتبه) می نامیم. ب) گرافی را همبند می نامیم که بین هر دو رأس آن یک (مسیر ، یال) وجود داشته باشد. پ) اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G) + q(\bar{G})$ برابر با $(n(n-1))$ ، $\frac{n(n-1)}{2}$ (است. ت) گراف C_n تنها یک (دور ، مسیر) n رأسی دارد.	۲
۹	گراف G (شکل مقابل) را در نظر بگیرید: الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) دوری به طول ۴ بنویسید. پ) دو مسیر به طول ۳ با شروع از راس b بنویسید. ت) $N_G(f)$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵



«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی - فیزیک
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

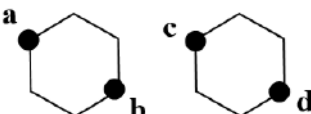
ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱۰	عدد احاطه گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱
		
۱۱	یک گراف ۲-منتظم ۱۲ راسی بکشید که عدد احاطه گری آن کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۲	می خواهیم ۸ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشائیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه روی برادرش بنشیند، این کار را به چند روش می توان انجام داد؟	۱
۱۳	به چند روش می توان از بین ۵ نوع گل ۱۶ شاخه گل انتخاب کرد به طوریکه، از گل نوع سوم فقط ۳ شاخه و از گل نوع چهارم دست کم سه شاخه و از گل نوع پنجم بیش از چهار شاخه انتخاب کنیم؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است سه مدرس T_1, T_2, T_3 در سه جلسه متوالی در سه کلاس C_1, C_2, C_3 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور، با استفاده از مربع لاتین، برنامه ریزی کنید.	۱/۲۵
۱۵	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 630\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخش پذیرند؟	۱/۵
۱۶	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\sqrt{8}$ است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱
۲	الف) m^2 (۰/۲۵) ب) نسب به هم اول (۰/۲۵) (ص ۱۳) پ) مینیمال (۰/۲۵) (ص ۴۶) ت) ۲۱ (۰/۲۵) (ص ۳۸)	۱
۳	(۰/۲۵) $y^2 + 1 \geq -2x(y + x + 1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + x^2 + 2x + 1 \geq 0$ (۰/۲۵) (ص ۷ و ۸) (۰/۲۵) این رابطه بازگشتی همواره بدیهی است $\Rightarrow (x+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵)	۱
۴	(ص ۱۱) (۰/۲۵) $a = \pm 1 \Rightarrow a \mid 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 5(\epsilon m + 5) - 6(\delta m + 4)$ (۰/۲۵) $\rightarrow a \mid 6(\delta m + 4)$ (۰/۲۵) $a \mid 5(\epsilon m + 5)$	۱/۲۵
۵	می دانیم مربع هر عدد فرد، به صورت $8k+1$ می باشد (۰/۲۵) $(k \in \mathbb{Z})$ پس داریم (ص ۱۶) $\begin{cases} a^2 = 8k+1 \\ b^2 = 8k'+1 \end{cases} \rightarrow a^2 + b^2 + 5 = 8k+1 + 8k'+1 + 5 = 8k'' + 7 \rightarrow r = 7$ (۰/۲۵)	۱
۶	میدانیم $1! \equiv 1$ و $2! \equiv 2$ و $3! \equiv 6$ و $4! \equiv 24$ و $5! \equiv 120$ و پس داریم (ص ۲۹) $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 200! \equiv 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + \dots + 200! \equiv 3$ (۰/۲۵)	۱/۵
۷	چون $20 \mid (12, 8)$ معادله جواب دارد (۰/۲۵) (صفحه ۳۰) $4x \equiv 10 \rightarrow 4x \equiv 4$ (۰/۲۵) $\rightarrow x \equiv 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 3k + 1$ (۰/۲۵)	۱
۸	الف) مرتبه (۰/۵) ب) مسیر (۰/۵) پ) $\frac{n(n-1)}{2}$ (۰/۵) ت) دور (۰/۵) (ص ۳۸ و ۳۵)	۲
۹	الف) $\delta(G) = 0$, $\Delta(G) = 3$ (۰/۵) ب) $cbcedb$ (۰/۲۵) پ) $bdce$ یا $bced$ یا $bdce$ دو مورد هر کدام (۰/۲۵) ت) $N_G(f) = \{g\}$ (۰/۲۵) (ص ۴۱)	۱/۵
۱۰	روش اول می دانیم $\left \frac{n}{\Delta+1} \right \leq \gamma(G)$ پس داریم (۰/۲۵) $\left[\frac{6}{5} \right] \leq \gamma(G)$ بنابراین (۰/۲۵) $2 \leq \gamma(G)$ و با توجه به $\{a, d\}$ داریم (۰/۲۵) $\gamma(G) \leq 2$ و لذا (۰/۲۵) $\gamma(G) = 2$ روش دیگر: این گراف با مجموعه دو عضوی $\{a, d\}$ احاطه می شود. پس عدد احاطه گری این گراف کوچکتر یا مساوی ۲ است یعنی $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵). اما اگر $\gamma(G) = 1$ یعنی گراف یک رأس دارد که تمام رئوس را احاطه می کند یعنی رأس از درجه ۵ باید در گراف وجود داشته باشد که چنین رأسی وجود ندارد. (۰/۲۵) و لذا $\gamma(G) > 1$ (۰/۲۵) بنابراین $1 < \gamma(G) \leq 2$ و لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵). (ص ۳۹)	۱
«ادامه در صفحه ۲»		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوردی ماه سال ۱۴۰۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

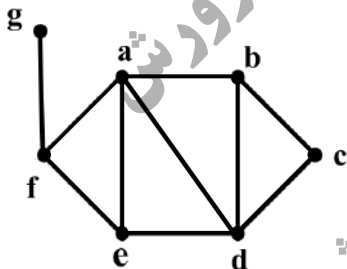
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
۱۱	رسم شکل با مشخص کردن نقاط احاطه گری آن (انمره)  (ص ۵۳) (به شکل های دیگر نیز نمره داده شود). مانند: 	۱									
۱۲	$4! \times 2^4 = 384 \quad (0/25)$ (ص ۷۱)	۱									
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 16 \quad x_3 = 3 \quad x_4 \geq 3, x_5 \geq 5 \quad (0/5) \xrightarrow{x_4=3, x_5=y_4+3, x_5=y_5+5}$ $x_1 + x_2 + 3 + y_4 + 3 + y_5 + 5 = 16 \quad (0/25) \quad x_1 + x_2 + y_4 + y_5 = 5 \quad x_i \geq 0, y_i \geq 0 \quad (0/25) \rightarrow$ $\begin{pmatrix} 5+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = 56 \quad (0/75)$ (ص ۷۱)	۱/۷۵									
۱۴	فرض کنیم هر سطر نشان دهنده هر کلاس و اعداد ۱، ۲ و ۳ در مربع لاتین نمایانگر مدرس های حاضر در کلاس باشند. (۰/۲۵) طبق مربع لاتین 3×3 زیر هر مدرس در هر جلسه در یک کلاس حاضر می شود و در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس دارد. (۰/۲۵) (ص ۶۲) <table border="1" data-bbox="183 1097 367 1254"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> (۰/۷۵)	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱/۲۵
۱	۲	۳									
۳	۱	۲									
۲	۳	۱									
۱۵	$ \overline{A \cup B} = s - A \cup B = s - A - B + A \cap B \quad (0/25)$ $ s = 630 \quad (0/25), A = 210 \quad (0/25), B = 126 \quad (0/25), A \cap B = 42 \quad (0/25) \quad (ص ۸۳)$ $\Rightarrow \overline{A \cup B} = 336 \quad (0/25)$	۱/۵									
۱۶	ابتدا مستطیل مورد نظر را به ۶ مربع به ضلع ۲ تقسیم می کنیم و هر قسمت را یک لانه فرض می کنیم و هفت نقطه را هفت کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) طبق اصل لانه کبوتری دست کم یک لانه وجود دارد که شامل دو کبوتر است (۰/۲۵) با توجه به قضیه فیثاغورس داریم: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow AB^2 < 2^2 + 2^2 \quad (0/25) \Rightarrow AB^2 < 8 \quad (0/25) \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad (0/25)$ (ص ۸۴)	۱/۲۵									
۲۰	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\gamma(G)=1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۱/۵
۳	اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۰/۷۵
۴	اگر $a \mid m+3$ و $a \mid m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۱
۵	باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۱/۵
۶	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل)	۱/۲۵
۷	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف $\overline{G}$ (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۰/۷۵

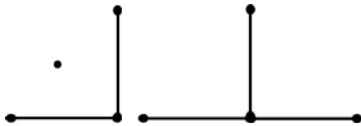
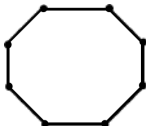


« بقیه سوالات در صفحه دوم »

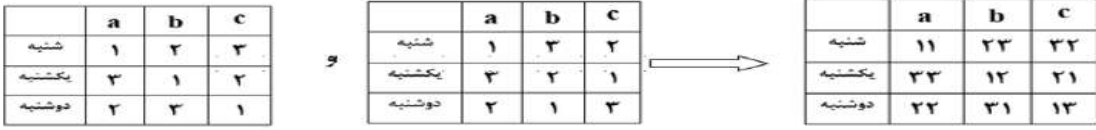
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟	۱/۵
۱۰	الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.	۱
۱۱	الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. ب) این گراف چند γ-مجموعه دارد؟	۱/۷۵
۱۲	اگر داشته باشیم $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کاراکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟	۱/۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۲
۱۴	قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱/۵
۱۵	چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)	۲
۱۶	(این سوال حذف و بارم آن طبق اصلاحیه راهنمای تصحیح در سوالات ۱۲-۱۳-۱۵ توزیع شده است)	
	موفق باشید "	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور	۱۴۰۲ خرداد ماه سال	http://aee.medu.gov.ir	

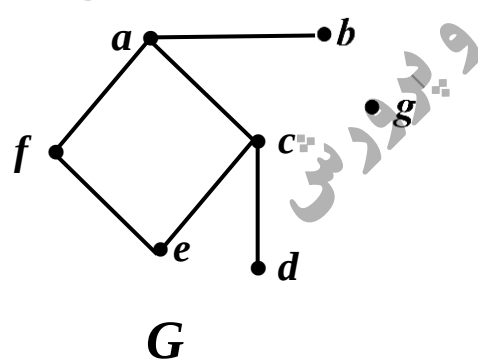
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵
۳	(صفحه ۸) (۰/۲۵) همواره بدیهی است $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2 + z^2 + 1 \geq 0$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a \mid 2m+3 \\ a \mid m+7 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{\times 2} \begin{cases} a \mid 2m+3 \\ a \mid 2m+14 \end{cases} \xrightarrow[\text{(۰/۲۵)}]{} a \mid 11 \rightarrow a=1, a=11$ (۰/۵)	۱
۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a=5q_1+4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{\times 4} 4a=20q_1+16 \quad (۰/۲۵) \\ a=4q_2+3 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{\times 5} 5a=20q_2+15 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a=20q'-1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a=20q''+19 \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۶	$15x \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{(۰/۲۵)} 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(۰/۲۵)} x \equiv 3 \pmod{19} \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow x=19k+3 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{k=5} x=98 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۷	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (۰/۲۵) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (۰/۵)$	۱
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)	۰/۷۵
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (۰/۵) (صفحه ۴۷) در قسمت الف و ب و ج به جواب های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	الف) می‌دانیم $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) پس داریم $\left\lfloor \frac{8}{5+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۷۵
۱۲	به هر قسمت درست نیم نمره داده شود (صفحه ۷۱)	۱/۵
۱۳	(صفحه ۷۱) $\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_r = 10 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(-/25)} x_1 + x_r + x_r = 8 \xrightarrow{(-/25)} \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \end{pmatrix} = 66 + 45 = 111 \quad (0/5)$	۲
۱۴	(صفحه ۷۲)  به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد. (۰/۵)	۱/۵
۱۵	(صفحه ۷۵) $ S = 5^4$ (۰/۲۵) تعداد کل رمزها $ A = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۳ $ B = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ $ A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳ $ S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵) $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B $ (۰/۵)	۲
۱۶	اصلاحیه: سوال ۱۶ حذف شده است.	
	جمع نمره	۲۰

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۱	درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای اعداد صحیح a ، b و c که $a \neq 0$ ، اگر $a \mid b + c$ آن گاه $a \mid b$ یا $a \mid c$. ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) \mid b$. د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم: a و b نسبت به هم اول اند.	۱
۲	برای هر دو عدد حقیقی X و Y ، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید: $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۱/۲۵
۳	به روش برهان خلف نشان دهید: اگر a عدد صحیح فرد باشد و $a + 2 \mid b$ ، آن گاه b نیز عددی فرد است.	۱
۴	اگر عددی مانند k در $\mathbb{Z}$ باشد به طوری که $7 \mid 2k + 1$ ، ثابت کنید: $49 \mid 4k^2 - 10k - 6$	۱/۲۵
۵	باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.	۱
۶	معادله هم نهشتی $1402x \equiv 11^9$ را حل کنید.	۱/۵
۷	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می گوییم. ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است. ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است. د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می گوییم.	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید. ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید. ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید. د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید. ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.	۲/۵
		
	ادامه سؤالات در صفحه دوم	

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید: الف) عدد احاطه گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید. ج) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال ۴ عضوی بنویسید.	۲/۵
۱۰	چهار برادر و سه خواهر می خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنار هم قرار بگیرند، آن گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱
۱۱	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می توان نوشت؟	۰/۷۵
۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱/۵
۱۳	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱/۵
۱۴	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ($1 \leq n \leq 500$) چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱/۲۵
۱۵	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱
	«پروژه و سربلند باشید.»	جمع بارم
		۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ص ۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (ص ۱۱) ج) درست (۰/۲۵) (ص ۲۵) د) درست (۰/۲۵) (ص ۱۳)	۱
۲	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (ص ۸)$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	$b = 2k, b \mid a + 2 \Rightarrow \underbrace{a + 2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (ص ۱۶)	۱
۴	$7 \mid 2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 \\ 49 \mid 14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 10k - 6 \quad (ص ۱۶)$	۱/۲۵
۵	$\underbrace{63 \equiv -1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{63^{14} \equiv 1}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{A^{16} \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow r = 2 \quad (ص ۲۱)$	۱
۶	$\underbrace{(1 + 4 + 0 + 2)x \equiv 1 + 1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv 2}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{7x \equiv -7}_{(0/25)}$ $\xRightarrow{(7,9)=1} \underbrace{x \equiv -1}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{x = 9k - 1}_{(0/25)} \text{ یا } \underbrace{x = 9k + 8}_{(0/25)}$	۱/۵
۷	الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹) ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰) ج) $p-1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲) د) $-k$ - منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)	۱

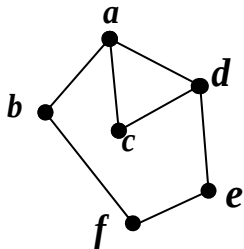
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهر یور ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	(ص ۳۶) $N_G[c] = \{a, c, d, e\}$ (ج) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ (ص ۳۹) $2q = 12$ (ب) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ (ص ۳۵) $p = 7, q = 6$ (الف) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ (ص ۳۸) $q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21$ (د) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ (ص ۳۸) $acefa$ (د) $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ توجه: در قسمت ۵ نوشتن دور از هر یک از رئوس دور نوشته شده و ختم به همان راس درست می باشد.	۲/۵
۹	(ص ۴۹) (*) $\underbrace{\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) \geq 3}_{(۰/۵)}$ (الف) از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*) پس: $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) ب) $B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶) ج) $C = \{a, e, f, b\}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۵)}$ به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)	۲/۵
۱۰	(ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)	۱
۱۱	(ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۲	(ص ۶۱) $X_1 + X_3 + X_5 = 8$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)}$ $X_5 - 3 = Y_5 \Rightarrow X_1 + X_3 + Y_5 = 5 \Rightarrow \underbrace{\binom{7}{2}}_{(۰/۵)} = 21$ $\underbrace{\hspace{1cm}}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح		
	نمره		

۱۳	نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵) <table border="1"> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ص ۶۵)	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱/۵
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱۴	(ص ۷۵) $ A = \left[\frac{500}{5} \right] = 100, \quad B = \left[\frac{500}{4} \right] = 125, \quad A \cap B = \left[\frac{500}{20} \right] = 25$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $ \overline{A \cap B} = \overline{A \cup B} = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵																		
۱۵	(ص ۸۲) $k+1=3 \Rightarrow k=2, \quad n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۱																		
۲۰	جمع نمره																			

سؤالات آزمون نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	سوالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر k عددی صحیح باشد، باقی مانده تقسیم $300 - 19k$ بر ۱۹ برابر با است. ب) اگر a, b, c اعدادی طبیعی باشند که $a b$ و $b c$، در اینصورت حاصل عبارت $([a, b], [a, c])$ برابر است. پ) دو مربع لاتین 2×2 وجود و مربع لاتین 1×1 وجود دارد. ت) تعداد توابع یک به یک از مجموعه دو عضوی به مجموعه ۴ عضوی برابر می باشد.	۱/۲۵
۲	در هر یک از موارد زیر، گزاره درست را اثبات و گزاره نادرست را با ارائه مثال نقض، رد کنید. الف) با اضافه کردن یک واحد به حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی، حاصل، مربع کامل است. ب) حاصل ضرب هر عدد گویا در عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.	۱/۵
۳	در هر یک از سوالات زیر، گزینه مناسب را انتخاب کنید. الف) عدد $2 \cdot 14$ به کدام دسته هم نهشتی به پیمانه ۷ تعلق دارد؟ (۱) [۵] (۲) [۲] (۳) [۰] (۴) [۱] ب) باقی مانده تقسیم عدد $(7^{100} - 2^{100} - 9^{100})$ بر ۱۴ کدام است؟ (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸ پ) کدام یک از معادلات هم نهشتی زیر در مجموعه اعداد صحیح جواب ندارد؟ (۱) $6x \equiv 11 \pmod{9}$ (۲) $2x \equiv 3 \pmod{5}$ (۳) $5x \equiv 1 \pmod{3}$ (۴) $3x \equiv 1 \pmod{4}$	۰/۷۵
۴	ثابت کنید مجموع مربعات هر دو عدد حقیقی همواره از قرینه حاصل ضرب آنها کمتر نیست.	۱/۵
۵	اگر $a b$ و $b \neq 0$ ، در این صورت ثابت کنید: $ a \leq b $.	۱/۲۵
۶	رقم یکان عدد $100! + 99! + 98! + \dots + 4! + 3! + 2! + 1!$ را به دست آورید.	۱/۵
۷	الف) مجموعه همسایگی بسته یک رأس در گراف را تعریف کنید. ب) در گراف شکل زیر همسایگی باز رأس d را بنویسید. 	۱/۲۵

ادامه سوالات در صفحه دوم

سؤالات آزمون نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع : ۱۰ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	سوالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)		
	نمره		

۸	مکمل گراف G که در شکل زیر آمده است را رسم کنید.	۰/۷۵									
۹	آیا می توان گرافی ۳-منتظم از مرتبه ۹ رسم کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.	۱									
۱۰	در گراف P_3 چند مسیر به طول ۳ وجود دارد؟	۱									
۱۱	الف) با ذکر دلیل عدد احاطه گری گراف شکل زیر را تعیین کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید که مینیمم نباشد. برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	۲									
۱۲	مربع لاتینی بنویسید که با مربع لاتین زیر متعامد باشد و متعامد بودن آن را با ذکر دلیل بیان کنید.	۱/۲۵									
	<table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> </table>	۱	۳	۲	۲	۱	۳	۳	۲	۱	
۱	۳	۲									
۲	۱	۳									
۳	۲	۱									
۱۳	نشان دهید تعداد جواب های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.	۱/۲۵									
۱۴	با ارقام ۴،۴،۴،۱،۵،۶،۶ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت؟	۰/۷۵									
۱۵	یک مثلث متساوی الاضلاع را به طول ضلع ۳ واحد تقسیم بندی کرده ایم. نشان دهید اگر ۱۰ نقطه دلخواه از داخل این مثلث اختیار کنیم حداقل دو نقطه بین این نقاط وجود خواهد داشت به قسمی که فاصله آنها از یکدیگر کمتر از یک باشد.	۱/۲۵									
۱۶	به چند طریق می توان با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، ۴ خودکار متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک خودکار داده باشیم.	۱/۷۵									
	جمع نمره	۲۰									
	"موفق باشید"										

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره

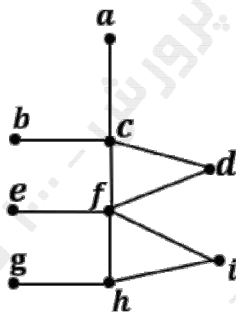
۱	الف) ۴ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۴) ب) ۱۲ (۰/۲۵) (ت) ۱۲ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۷۹) پ) دارد (۰/۲۵) - یک (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶)	ب) b (۰/۲۵) (قسمت الف کار در کلاس صفحه ۱۳)	۱/۲۵
۲	الف) درست (۰/۲۵). ب) نادرست (۰/۲۵) با در نظر گرفتن صفر به عنوان عدد گویا (۰/۲۵) و انتخاب هر عدد گنگی، حاصل ضرب صفر است که گویا می شود. (۰/۲۵) (مشابه مثال آخر صفحه ۵)	الف) درست (۰/۲۵). ب) نادرست (۰/۲۵) با در نظر گرفتن صفر به عنوان عدد گویا (۰/۲۵) و انتخاب هر عدد گنگی، حاصل ضرب صفر است که گویا می شود. (۰/۲۵) (مشابه مثال آخر صفحه ۵)	۱/۵
۳	الف) گزینه ۲ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱ صفحه ۲۹) ب) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۲۹) پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه مثال سوم صفحه ۲۵)	الف) گزینه ۲ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱ صفحه ۲۹) ب) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۲۹) پ) گزینه ۱ (۰/۲۵) (مشابه مثال سوم صفحه ۲۵)	۰/۷۵
۴	روش اول: روش دوم: (۰/۲۵) همواره برقرار (۰/۲۵) همواره برقرار (مثال ۳ صفحه ۷) (به سایر راه حل های درست نیز نمره تعلق گیرد.)	روش اول: روش دوم: (۰/۲۵) همواره برقرار (۰/۲۵) همواره برقرار (مثال ۳ صفحه ۷) (به سایر راه حل های درست نیز نمره تعلق گیرد.)	۱/۵
۵	(ویژگی ۴ صفحه ۱۱) (۰/۲۵) $a b \Rightarrow b=aq, q \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = a q $ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \Rightarrow q \geq 1 \Rightarrow a q \geq a \Rightarrow b \geq a $ (۰/۲۵)	(ویژگی ۴ صفحه ۱۱) (۰/۲۵) $a b \Rightarrow b=aq, q \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = a q $ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \Rightarrow q \geq 1 \Rightarrow a q \geq a \Rightarrow b \geq a $ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۶	(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۲۹) (۰/۲۵) $A=2!+4!+6!+\dots+100!$ $\Rightarrow A=2!+4!+100k, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) مضرب ۲ و ۵ (۰/۵) $\Rightarrow A \equiv 2+24+0 \pmod{5} \Rightarrow A \equiv 26 \equiv 1 \pmod{5}$	(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۲۹) (۰/۲۵) $A=2!+4!+6!+\dots+100!$ $\Rightarrow A=2!+4!+100k, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) مضرب ۲ و ۵ (۰/۵) $\Rightarrow A \equiv 2+24+0 \pmod{5} \Rightarrow A \equiv 26 \equiv 1 \pmod{5}$	۱/۵
۷	الف) مجموعه رأس هایی از یک گراف که به یک رأس متصل هستند به همراه خود رأس را مجموعه همسایگی بسته آن رأس می نامیم. (۰/۵) ب) $N_G(d) = \{a, c, e\}$ (۰/۷۵)	الف) مجموعه رأس هایی از یک گراف که به یک رأس متصل هستند به همراه خود رأس را مجموعه همسایگی بسته آن رأس می نامیم. (۰/۵) ب) $N_G(d) = \{a, c, e\}$ (۰/۷۵)	۱/۲۵
۸	(مشابه مثال صفحه ۳۷) (۰/۷۵)	(مشابه مثال صفحه ۳۷) (۰/۷۵)	۰/۷۵
۹	خیر. (۰/۲۵) در یک گراف r -منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$ به عبارتی $rp = 2q$. (۰/۲۵) در این سوال $p=9, r=3$ لذا $rp=27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. (۰/۲۵) و این تناقض است. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۴۲)	خیر. (۰/۲۵) در یک گراف r -منتظم داریم $\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q$ به عبارتی $rp = 2q$. (۰/۲۵) در این سوال $p=9, r=3$ لذا $rp=27$ عددی فرد و $2q$ عددی زوج است. (۰/۲۵) و این تناقض است. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۴۲)	۱

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱۰/۱۹		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور دی سال ۱۴۰۲	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	(تعریف مسیر و P_n صفحه ۳۸) ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ (۰/۲۵) ۷ مسیر (۰/۲۵) نوشتن مسیرها (۰/۵) ۷۸۹۱۰ - ۶۷۸۹ - ۵۶۷۸ - ۴۵۶۷ - ۳۴۵۶ - ۲۳۴۵ - ۱۲۳۴ (در صورتی که دانش آموز فقط عدد ۷ را نوشت نیز (۱) نمره داده شود.)	۱
۱۱	الف) طبق قضیه داریم $\gamma(G) \leq 2 = \left\lceil \frac{6}{3+1} \right\rceil$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه $D = \{d, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۲۵) $\gamma(G) \leq 2$ لذا $\gamma(G) = 2$ بنابراین (۰/۲۵) $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۴۹) ب) $D = \{a, f, e\}$ (۰/۲۵) دلیل آن که مجموعه احاطه گر مینیمال است: با حذف رأس a، رأس a احاطه نمی شود. (۰/۲۵) با حذف رأس f، رأس c احاطه نمی شود. (۰/۲۵) با حذف رأس e، خود رأس e احاطه نمی شود. (۰/۲۵) (توجه: به سایر احاطه گرهای مینیمال غیر مینیمم، با ذکر دلیل نمره داده شود.) (مشابه قسمت ۴ کاردرکلاس صفحه ۴۶)	۲
۱۲	(مشابه سوال ۱۵ صفحه ۷۲) در مربع لاتین دوم عدد دو رقمی تکراری نداریم. بنابراین مربع لاتین ارائه شده با مربع لاتین مورد سوال متعامد هستند. (۰/۵) (توجه: به سایر مربع های لاتینی که شرایط مسأله را برقرار کنند، نمره داده شود.)	۱/۲۵
۱۳	معادله جدید (۰/۷۵) $(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + \dots + (x_k - 1) = n - k$ لذا تعداد حالات جواب از رابطه $\binom{n-1}{k-1} = \binom{n-k+k-1}{k-1}$ به دست می آید. (۰/۵) (کار در کلاس صفحه ۶۱)	۱/۲۵
۱۴	(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{7!}{2! \times 3!}$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۵	(کار در کلاس صفحه ۸۰) ۱۰ نقطه را کبوتر و هر یک از ۹ قسمت مثلث را لانه فرض می کنیم. (۰/۵) طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر در یک لانه جای می گیرند. (۰/۲۵) یعنی حداقل دو نقطه در یک مثلث کوچک قرار خواهند گرفت به طوری که $AB < 1$ (۰/۵).	۱/۲۵
۱۶	(مثال صفحه ۷۷) (۰/۲۵) $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, $A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}$, $1 \leq j \leq 3$ $S = 3^4 = 81$ (۰/۲۵), $A_j = 2^4 = 16$ (۰/۲۵) $A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1$ (۰/۲۵), $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰/۵)	۱/۷۵

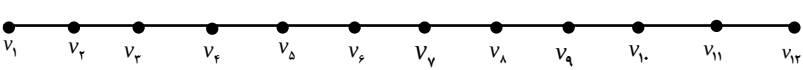
سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		azmoon.medu.ir		
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) میانگین پنج عدد طبیعی همان عدد وسطی است. ب) اگر $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ آنگاه: $[m^5, (m^2, m^2)] = m^5$ ج) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} x = 4k + 3\}$ مضرب ۴ است. د) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.					۱
۲	جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید. الف) عدد احاطه گری گراف C_7 برابر است با ب) تعداد راه های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر است.					۰.۵
۳	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی b, a داریم: $a^2 + b^2 \geq (a-1)(b+1)$					۱.۵
۴	اگر a عددی طبیعی و داشته باشیم $a 7k + 1$ و $a 4k + 3$ ثابت کنید $a = 1$ یا $a = 17$.					۱
۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۲۰ بیابید.					۱.۲۵
۶	جواب های عمومی معادله سیاله $5x + 9y = 22$ را بدست آورید.					۱.۵
۷	با توجه به گراف G مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه گراف را بنویسید. ب) مسیری به طول ۵ از راس c به راس f بنویسید. ج) دوری به طول ۴ بنویسید. د) آیا گراف $\bar{G}$ همبند است؟ چرا؟					۲
۸	با توجه به گراف G ، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) آیا مجموعه $D = \{a, b, m\}$ یک مجموعه احاطه گر است؟ چرا؟ ب) عدد احاطه گری گراف G را بدست آورید. (با ذکر دلیل) ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید.					۲

سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	
تاریخ آزمون:		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	۱۴۰۳/۰۳/۳۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.					نمره
۹	در گراف روبرو: الف) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال $A = \{b, e, g, a, f\}$ را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمم که شامل راس e باشد را بنویسید. ج) با اضافه نمودن چه یالی عدد احاطه گری گراف ۲ می شود؟ 					۱.۵
۱۰	الف) گراف P_7 را رسم کنید. ب) یک γ-مجموعه از آن را مشخص کنید.					۱
۱۱	می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟					۱
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$ را با شرط های $x_4 = 3, x_3 \geq 4$ ، $x_2 > 2$ به دست آورید.					۱.۵
۱۳	با ارقام ۱، ۳، ۲، ۱، ۳، ۲، ۱، ۴، ۳، ۲، ۲، چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟ (محاسبه جواب آخر الزامی نیست.)					۱
۱۴	قرار است سه کارگر با سه نوع ماشین نخ ریزی و سه نوع الیاف در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقا یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقا یک بار به کار گرفته شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.					۱.۲۵
۱۵	تعداد توابع پوشا از مجموعه A به مجموعه B عضو ۳ عضو B را بدست آورید.					۱
۱۶	حداقل چند دانش آموز در حیاط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم لاقلا ۲۱ نفر از آنها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم، یازدهم، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی، تجربی، انسانی) هستند؟					۱
موفق باشید						

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳ صفحه	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ۸ ص (ب) نادرست (۰/۲۵) ۱۷ ص (ج) درست (۰/۲۵) ۱۸ ص (د) نادرست (۰/۲۵) ۴۶ ص	۱
۲	الف) ۳ یا $\left\lceil \frac{7}{3} \right\rceil$ (۰/۲۵) ۴۹ ص (ب) ۶۰ یا $\frac{5!}{2!}$ (۰/۲۵) ۸۷ ص	۰/۵
۳	ص ۸ $a^2 + b^2 \geq ab + a - b - 1 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-1)^2 + (b+1)^2 \geq 0 \quad (۰/۷۵)$ این رابطه همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت اثبات یک طرفه رابطه ها و ذکر برگشت پذیر بودن آنها نمره کامل تعلق گیرد).	۱/۵
۴	ص ۱۲ $a 7k+1 \Rightarrow a 28k+4 \quad (۰/۲۵)$ $a 4k+3 \Rightarrow a 28k+21 \quad (۰/۲۵)$ $a 17(a-17) \quad (۰/۲۵) \quad a \in \mathbb{N} \quad a=1 \text{ یا } a=17 \quad (۰/۲۵)$	۱
۵	روش اول: $a = 4q_1 + 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 5a = 20q_1 + 10 \quad (۰/۲۵)$ $a = 5q_r + 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 4a = 20q_r + 12 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a = 20(q_1 - q_r) - 2 \quad (۰/۲۵) \quad a = 20q_r + 18 \Rightarrow r = 18 \text{ یا } r = -2 + 20 = 18 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $a \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow a = 4k + 2 \quad (۰/۲۵)$ $a \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 4k + 2 \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 4k \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow k \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow k = 5t + 4 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow a = 4(5t + 4) + 2 = 20t + 18 \Rightarrow r = 18 \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۶	روش اول: $5x \equiv 22 \pmod{25} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{5} \Rightarrow x = 9k + 8 \text{ یا } x = 9k - 1 \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{aligned} 5(9k+8) + 9y &= 22 \\ 5(9k-1) + 9y &= 22 \end{aligned} \right\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = -2 - 5k \text{ یا } y = -5k + 3 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $9y \equiv 22 \pmod{25} \Rightarrow y \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 3 \text{ یا } y = 5k - 2 \quad (۰/۲۵)$ $\left. \begin{aligned} 5x + 9(5k+3) &= 22 \\ 5x + 9(5k-2) &= 22 \end{aligned} \right\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = -1 - 9k \text{ یا } x = -9k + 8 \quad (۰/۲۵)$	۱/۵
۷	الف) $p = 7 \quad (۰/۲۵), q = 10 \quad (۰/۲۵)$ ب) $cebagf$ یا $ceabgf \quad (۰/۵)$	۲

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://azmoon.medu.ir	
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳ صفحه		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	ج) $ebgfe$ (یا هر دور به طول ۴ دیگر قابل قبول است و نمره تعلق گیرد.) (۰/۵) ص ۳۸ د) روش اول: خیر (۰/۲۵) زیرا راس e در گراف G ماکزیمم درجه است لذا درجه آن در گراف $\bar{G}$ صفر می باشد. یا (۰/۲۵) $\bar{G}$ ناهمبند است $\Rightarrow \deg_{\bar{G}}(e) = 0 \Rightarrow \deg_G(e) = p - 1 = \Delta = 6$ روش دوم: گراف مکمل G رسم شود (۰/۲۵) و به ناهمبند بودن آن اشاره شود. (۰/۲۵) ص ۳۹	
۸	الف) خیر (۰/۲۵) زیرا راس d احاطه نمی شود. یا $N_e[a] \cup N_e[b] \cup N_e[m] \neq V(G)$ (۰/۲۵) ص ۴۶ ب) داریم $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{11}{6} \right\rceil = 2$ (۰/۵)، اما مجموعه احاطه گر دو عضوی برای این گراف وجود ندارد. پس، $\gamma(G) > 2$. از طرفی $\{a, m, d\}$ یک مجموعه احاطه گر گراف می باشد. (۰/۲۵) پس، $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) ص ۴۹ (به مجموعه های احاطه گر سه عضوی دیگر نیز نمره تعلق گیرد) ج) $\{f, g, h, i, j\}$ (۰/۵) ص ۴۶	۲
۹	الف) $\{b, g, a, f\}$ (۰/۵) ص ۴۷ ب) $\{c, e, h\}$ (۰/۵) ص ۴۷ ج) ec یا eh یا gf یا gc (۰/۵) ص ۴۷	۱/۵
۱۰	الف) رسم گراف (۰/۵)  ب) $\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$ (۰/۵) ص ۵۴	۱
۱۱	روش اول: (۰/۲۵) $3840 = \underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5}_{(۰/۷۵)}$ روش دوم: (۰/۲۵) $3840 = \underbrace{(10 \times 1) \times (8 \times 1) \times (6 \times 1) \times (4 \times 1) \times (2 \times 1)}_{(۰/۷۵)}$ ص ۷۱	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱		
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳ صفحه	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	روش اول: $x_1 + 2(3) + x_r + x_f = 20 \Rightarrow x_1 + x_r + x_f = 14 \quad (0/25) \quad x_1 - 3 \geq 0 \Rightarrow x_1 = y_1 + 3, x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = y_r + 4$ $\underbrace{y_1 + 3}_{(0/25)} + \underbrace{y_r + 4}_{(0/25)} + x_f = 14 \Rightarrow y_1 + y_r + x_f = 7 \quad (0/25) \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 7+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}}_{(0/25)} = 36 \quad (0/25)$ روش دوم: $x_1 + x_r + x_f = 14 \quad (0/25)$ $\underbrace{\begin{pmatrix} 14-3-4+3-1 \\ 3-1 \end{pmatrix}}_{(0/25)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}}_{(0/25)} = 36 \quad (0/25)$ ص ۶۱ و ۷۱	۱/۵
۱۳	ص ۵۸ $\frac{10! \cdot (0/25)}{2! \times 3! \times 4!} \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	۱
۱۴	چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد پس متعامدند. (۰/۲۵) (به مربع های لاتین دیگر که ویژگی سوال را داشته باشند، نمره تعلق گیرد.) ص ۶۸	۱/۲۵
۱۵	روش اول: $3^5 - \left(3 \times 3^5 - 3 \right) = 150 \quad (0/25)$ روش دوم: $\left. \begin{aligned} A &= \{ f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_i, 1 \leq i \leq 5 \} \Rightarrow A = 3^5 \\ A_r &= \{ f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_r, 1 \leq i \leq 5 \} \Rightarrow A_r = 3^5 \\ A_f &= \{ f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_f, 1 \leq i \leq 5 \} \Rightarrow A_f = 3^5 \end{aligned} \right\} \quad (0/25)$ $ A \cap A_r = A \cap A_f = A_r \cap A_f = 1 \quad (0/25), A \cap A_r \cap A_f = 0$ $ \overline{A \cup A_r \cup A_f} = S - A \cup A_r \cup A_f \quad (0/25) = 3^5 - (3 \times 3^5 - 3 \times 1) = 150 \quad (0/25)$ ص ۷۷	۱

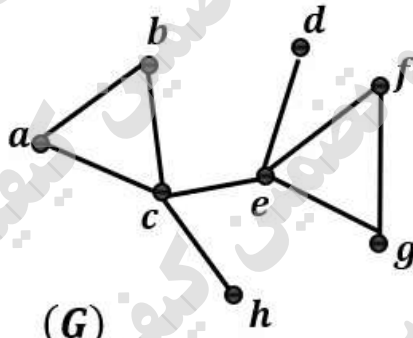
باسمه تعالی

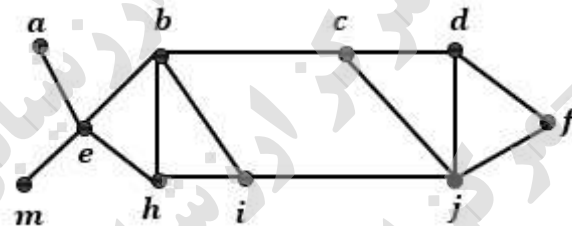
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۳ صفحه	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	تعداد لانه : $n = 3 \times 3 = 9 (0/25)$ $k + 1 = 21 \Rightarrow k = 20 (0/25)$ تعداد کبوتر ها : $kn + 1 = 20 \times 9 + 1 = 181 (0/5)$ ص ۸۳	۱
		۲۰

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند.

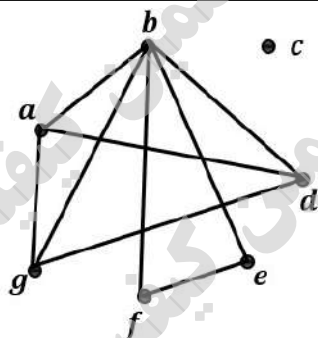
با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار

سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۵/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳					
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir					
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	جاهای خالی را با کلمات یا عبارت مناسب تکمیل کنید: (الف) اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ و $(p, a) = \dots$ (ب) گراف ۳- منتظم، ۸ راسی دارای یال است. (پ) در بین ۳۹۰ دانش آموز، حداقل نفر روز تولد یکسانی دارند. (ت) تعداد توابع یک به یک مانند $f: A \rightarrow B$ اگر بدانیم $ A = 5$ ، $ B = 4$ برابر است.				
۲	درستی و یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید: (الف) برای $n \neq 1, 2, 6$ دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد. (ب) اگر $\deg_G(v) = 5$ و G یک گراف ۱۰ راسی باشد، آنگاه $\deg_{\bar{G}}(v) = 4$. (پ) حاصل عبارت $([-12, -18], 30)$ برابر ۶- است. () نماد ب م م و [] نماد ک م م است				
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید: اگر $a, b \in \mathbb{R}$ کدامیک از ترکیب های دو شرطی زیر درست است؟ (۱) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$ (۲) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ (۳) $a < b \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (۴) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$				
۴	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.				
۵	هرگاه a, b, c سه عدد صحیح و $a \neq 0$ و $a b$ و $a c$ ثابت کنید: $a b \pm c$				
۶	اگر a, b دو عدد صحیح و ab فرد باشد، باقی مانده $a^2 + b^2 - 5$ بر ۸ را حساب کنید.				
۷	ثابت کنید اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می شود. ($k \in \mathbb{Z}$)				
۸	معادله $9x - 1 \equiv 2x + 1 \pmod{13}$ را حل کنید و تعداد جوابهای دو رقمی طبیعی آنرا به دست آورید.				
۹	گراف G رو به رو را در نظر بگیرید:  (الف) مقدار $q(\bar{G})$ را به دست آورید. (ب) مجموع درجات رئوس گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید. (پ) مجموعه $N_{\bar{G}}[e]$ را بنویسید.				
۱۰	در گراف کامل K_p با ۲۸ یال مقدار $2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p$ را محاسبه کنید.				

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir							
سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.							
نمره							
۷ دانش آموز a, b, c, d, e, f, g از یک کلاس را در نظر بگیرید. فرض کنید دوستی بین اعضای این گروه یک رابطه دو طرفه است. یعنی هر دو نفر از آنها یا هر دو با هم دوست اند یا هیچ یک با دیگری دوست نیست. اطلاعات زیر را داریم:							
- شخص a با b, g, d دوست می باشد. شخص b با همه به جز c دوست می باشد.							
- شخص e با f دوست می باشد. شخص d با g دوست می باشد.							
الف) برای رابطه دوستی فوق یک گراف ترسیم کنید.							
ب) راس یا رئوس ایزوله این گراف را مشخص کنید و تعبیر آنرا در این رابطه دوستی بیان کنید.							
پ) رابطه دوستی کدام چهار نفر تشکیل یک گراف کامل را می دهد.							
گراف رو به رو را در نظر بگیرید :							
الف) آیا $\{a, h, j, f\}$ یک مجموعه احاطه گر برای این گراف می باشد ؟ چرا؟							
ب) آیا مجموعه $\{a, m, i, f, d\}$ احاطه گر مینیمال است؟ چرا؟							
پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمم شامل راس e بنویسید.							
							
به چند طریق می توان از بین مدادهایی با رنگهای، زرد- آبی- قرمز- سبز، ۱۱ مداد انتخاب کرد. اگر بخواهیم از مداد زرد رنگ حداقل دو تا و از مداد سبز رنگ بیش از سه تا داشته باشیم.							
الف) سه مدرس C, B, A قصد دارند در یک روز در سه جلسه ۱۰-۸، ۱۲-۱۰، ۱۴-۱۲ در سه کلاس (الف) و (ب) و (ج) تدریس کنند. هر کلاس سه جلسه درسی خواهد داشت و هر مدرس در هریک از کلاسها دقیقاً یک بار باید تدریس کند. به کمک مربع لاتین چرخشی برای آنها یک برنامه ریزی انجام دهید.							
ب) در برنامه قبلی، مدرس A تصمیم دارد با مدرس B برنامه خود را جابجا کند. مربع لاتین جدید را تشکیل دهید و متعامد بودن این دو مربع لاتین را بررسی کنید.							
اگر یک قفل رمز دار شامل ۴ رقم از صفر تا ۵ باشد. و بدانیم رمز بسته شده روی قفل حداقل یک رقم صفر و یک رقم ۵ را شامل می شود. چند رمز متفاوت برای این قفل می توان ساخت.							
ثابت کنید در بین هر سه عدد طبیعی حداقل دو عدد طبیعی وجود دارد که مجموعشان عددی زوج است.							
با حروف کلمه " بادبادک باز " چند کلمه ۱۰ حرفی می توان نوشت؟							
موفق باشید.							

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱		ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح	
دوازدهم		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	الف (۱) (۰/۲۵) ص ۱۴ (ب) ۱۲ (۰/۲۵) ص ۳۵ پ (۲) (۰/۲۵) ص ۸۳ (ت) صفر (۰/۲۵) ص ۸۳	۱	
۲	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۶۷ (ب) درست (۰/۲۵) ص ۳۷ (پ) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳	۰.۷۵	
۳	گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۷	۰.۲۵	
۴	راه اول: ص ۷ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + 2ab \geq 4ab}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 2ab \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(a-b)^2 \geq 0}_{(۰/۲۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.) راه دوم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b \geq 2\sqrt{ab}}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab} \geq 0}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0}_{(۰/۵)}$ رابطه اخیر همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت نوشتن رابطه های بالا بصورت یک طرفه و ذکر برگشت پذیر بودن رابطه ها نمره کامل تعلق گیرد.)	۱.۲۵	
۵	$\begin{aligned} a b &\xrightarrow{\exists q \in \mathbb{Z}} b = aq \quad (۰/۲۵) \\ a c &\xrightarrow{\exists q' \in \mathbb{Z}} c = aq' \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \xrightarrow{\pm} \underbrace{b \pm c = aq \pm aq' = a(q \pm q')}_{(۰/۵)} \rightarrow \underbrace{a b \pm c}_{(۰/۲۵)} \quad \text{ص ۱۱}$	۱.۲۵	
۶	راه اول: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 + b^2 - 5 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 - 5}_{(۰/۵)} = \underbrace{4k(k+1)}_{\wedge q} + \underbrace{4k'(k'+1)}_{\wedge q'} - 3 \\ b &= 2k'+1 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$ $= \wedge q'' - 3 = \underbrace{\wedge q'' - 3 + 8 - 8}_{\wedge(q''-1)+5} = \wedge t + 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵) \quad \text{ص ۱۶}$ راه دوم: ab فرد است لذا هر دو عدد a, b فرد می باشند. $\begin{aligned} a &= 2k+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{(۰/۲۵)} \equiv 2 \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 - 5}_{(۰/۲۵)} \equiv -3 \equiv 5 \rightarrow r = 5 \quad (۰/۲۵) \\ b &= 2k'+1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow b^2 \equiv 1 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$	۱.۵	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳	راهنمای تصحیح	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	کافی است p را بر عدد ۴ تقسیم کنیم. در این صورت طبق قضیه تقسیم خواهیم داشت: (۰/۲۵) $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 2$ و $p = 4k + 3$ و $p = 4k$ در حالت های $p = 4k + 2$، $p = 4k$، عددی زوج است. (۰/۲۵) لذا با اول بودن آن تناقض دارد. فقط حالت های $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 3$ باقی می ماند و حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) ص ۱۵	۰.۷۵
۸	(۰/۵) $9x - 1 \equiv 2x + 1 \rightarrow 7x \equiv 2 \rightarrow 7x \equiv 2 + 2 \times 13 = 28 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 4 \pmod{5}$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = 13k + 4 \rightarrow 1 \leq 13k + 4 \leq 99 \xrightarrow{(۰/۲۵)} \frac{6}{13} \leq k \leq \frac{95}{13}$ $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ لذا معادله ۷ جواب دو رقمی دارد. (۰/۲۵) ص ۲۵	۱.۵
۹	(۰/۲۵) $q(G) = 9 \rightarrow q(G) + q(\overline{G}) = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q(\overline{G}) = 28 - 9 = 19$ (الف) (۰/۲۵) ب) $\sum_{i=1}^n \deg_{\overline{G}}(v) = 2q(\overline{G}) = 2 \times 19 = 38$ (۰/۵) پ) $N_{\overline{G}}[e] = \{e, a, b, h\}$ چنانچه دانش آموز از طریق رسم نمودار گراف مکمل، پاسخ درست قسمتهای مختلف سوال را بدهد نمره کامل تعلق گیرد. ص ۳۶	۱.۵
۱۰	(۰/۲۵) $q(K_p) = 28 = \frac{p(p-1)}{2} \rightarrow p = 8$ (۰/۲۵) $\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 7 \rightarrow 2\Delta(K_p) - 3\delta(K_p) + p = 2 \times 7 - 3 \times 7 + 8 = 1$ ص ۳۸	۱
۱۱	الف) رسم گراف (۰/۵) ب) C (۰/۲۵)، دانش آموز C در این رابطه با هیچکس دوست نیست. (۰/۲۵) پ) $\{a, b, d, g\}$ (۰/۵) ص ۴۰	۱.۵



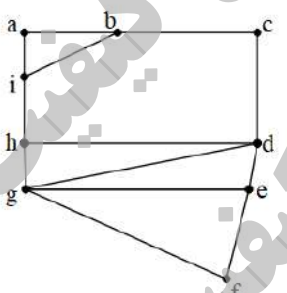
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک																																																
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح																																																
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir																																																
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		راهنمای تصحیح																																																
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																																
۱۲	الف) خیر (۰/۲۵) - زیرا راس m توسط هیچکدام از اعضا این مجموعه احاطه نمی شود. (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) - زیرا با حذف راس f مجموعه باقی مانده هنوز یک مجموعه احاطه گر می باشد. (۰/۲۵) پ) $\{e, j\}$ (۰/۵) ص ۴۹	۱۰.۵																																																
۱۳	راه اول: ص ۶۱ $x_1 = \text{تعداد مداد زرد}$ و $x_2 = \text{تعداد مداد آبی}$ و $x_3 = \text{تعداد مداد قرمز}$ و $x_4 = \text{تعداد مداد سبز}$ (۰/۲۵) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ و $x_1 \geq 2$ و $x_2 \geq 3$ و $x_3 \geq 4$ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \rightarrow x_1 - 2 + x_2 + x_3 + x_4 - 4 = 11 - 2 - 4 \rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_4 = 5, y_1, x_2, x_3, y_4 \geq 0$ (۰/۲۵) $\begin{pmatrix} 5+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 56$ (۰/۲۵) راه دوم: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$ (۰/۲۵) $x_1 \geq 2, x_2, x_3, x_4 \geq 0, x_2 \geq 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 11-2-4+4-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} = 56$ (۰/۲۵)	۱۰.۵																																																
۱۴	الف) $A=1, B=2, C=3$ (۰/۲۵) ص ۶۳ ب) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3$ ص ۶۵ ج) دو مربع لاتین متعامد نیستند زیرا در ماتریس ادغام شده درایه تکراری وجود دارد. (۰/۲۵) ماتریس M: <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>پ</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> ماتریس MN: <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۲۱</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td></tr></table> ماتریس N: <table><tr><td></td><td>۸-۱۰</td><td>۱۰-۱۲</td><td>۱۲-۱۴</td></tr><tr><td>الف</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr><tr><td>ب</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>ج</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr></table> (۰/۲۵)		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱	۲	۳	ب	۳	۱	۲	پ	۲	۳	۱		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۱۲	۲۱	۳۳	ب	۳۳	۱۲	۲۱	ج	۲۱	۳۳	۱۲		۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	الف	۲	۱	۳	ب	۳	۲	۱	ج	۱	۳	۲	۱
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																															
الف	۱	۲	۳																																															
ب	۳	۱	۲																																															
پ	۲	۳	۱																																															
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																															
الف	۱۲	۲۱	۳۳																																															
ب	۳۳	۱۲	۲۱																																															
ج	۲۱	۳۳	۱۲																																															
	۸-۱۰	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴																																															
الف	۲	۱	۳																																															
ب	۳	۲	۱																																															
ج	۱	۳	۲																																															

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۳۱	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	ص ۷۵ $ S = 6^4 \quad (۰/۲۵)$ $A = \{abcd a, b, c, d \neq 0\} \rightarrow A = 5^4 \quad (۰/۲۵)$ $B = \{abcd a, b, c, d \neq 5\} \rightarrow B = 5^4 \quad (۰/۲۵)$ $A \cap B = \{abcd a, b, c, d \neq 0, 5\} \rightarrow A \cap B = 4^4 \quad (۰/۲۵)$ $ A \cup B = A \cap B = S - (A + B - A \cap B) = 6^4 - (5^4 + 5^4 - 4^4) = 302$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۵
۱۶	اعداد طبیعی را به دو گروه زوج و فرد افراز می کنیم. (۰/۲۵) این دو مجموعه را لانه ها (۰/۲۵) و سه عدد طبیعی را کبوترها (۰/۲۵) در نظر می گیریم، بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) یک لانه وجود دارد که حداقل شامل دو کبوتر باشد (۰/۲۵) یعنی دو عدد طبیعی وجود دارد که هر دو زوج یا هر دو فرد هستند. لذا مجموع آنها در هر دو حالت زوج است. ص ۸۳	۱۶
۱۷	ص ۵۸ $\frac{10!(۰/۲۵)}{3! \times 3! \times 2!}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۷

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱	جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. (الف) اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b, 9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. (ب) اگر در گراف G از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با است. (پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با است.	۰/۷۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. (الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. (ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. (پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است.	۰/۷۵
۳	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4, 2a 5m - 2$ جوابهای صحیح a را مشخص کنید؟ ($m \in \mathbb{Z}$)	۱/۵
۴	اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ و $a^n \equiv b^n$ نشان دهید،	۱
۵	برای دو عدد حقیقی x, y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$	۱/۲۵
۶	اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
۷	شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتاب های ۹ امتیازی او چند تا است؟	۱/۵
۸	گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$ (الف) گراف G را رسم کنید. (ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. (پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. (ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید.	۲
۹	مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یال های گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟	۱

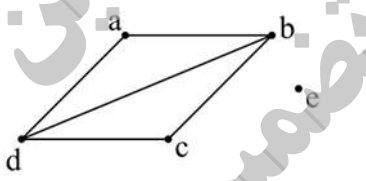
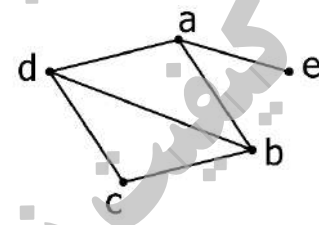
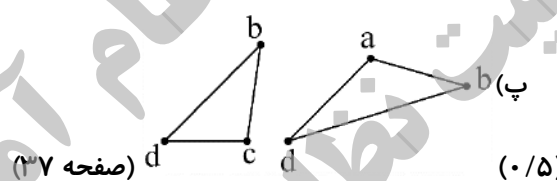
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir			

ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.)	نمره
۱۰	یک گراف ۴ راسی غیر تهی k - منتظم رسم کنید که: (الف) بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. (ب) کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
۱۱	(الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. (ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید.	۱/۵
		
۱۲	به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۱، ۲، ۳ نفره اسکان داد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $X_1 + 2\sqrt{X_2} + X_3 + X_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	(الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. (ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. (پ) آیا A, B متعامدند؟ چرا؟	۱
۱۵	در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند.	۱/۵
۱۶	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 3×4 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید
	صفحه ۲ از ۲	

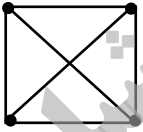
راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $a=3$ (صفحه ۱۱) ب) $\Delta(G)=6$ (صفحه ۵۳) پ) $(\cdot/25)$ ۱۰ (صفحه ۶۲)	۰/۷۵
۲	الف) $(\cdot/25)$ درست (صفحه ۴۰) ب) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۳) پ) $(\cdot/25)$ نادرست (صفحه ۷۸)	۰/۷۵
۳	$2a 5m-2 \Rightarrow 2a 15m-6$ (صفحه ۱۲) $\Rightarrow 2a 14$ (صفحه ۱۲) $\Rightarrow a 7$ (صفحه ۱۲)	۱/۵
۴	$a \equiv b \Rightarrow m a-b$ (صفحه ۲۰) $\Rightarrow m (a-b)(a^{n-1}+ba^{n-2}+\dots+b^{n-1})$ (صفحه ۲۰) $\Rightarrow m a^n-b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n$ (صفحه ۲۰)	۱
۵	نامساوی همواره برقرار است. $(\cdot/25)$ چه با استفاده از نماد $(\Leftrightarrow)$ و چه به صورت توضیحی، به برگشت پذیر بودن مراحل اشاره شود. (نمره تعلق بگیرد.)	۱/۲۵
۶	روش اول: $5ab \Rightarrow ab$ فرد $(\cdot/25) \Rightarrow a, b$ هر دو فرد $(\cdot/25) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 4(k^2 + k + k'^2 + k') + 2 = 4(\underbrace{k^2 + k + k'^2 + k'}_q) + 2$ (صفحه ۵) $a^2 + b^2 = 2q$ (صفحه ۵) روش دوم: مربع هر عدد فرد به صورت $4k+1$ است. وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a و b هر دو فرد هستند. $(\cdot/25)$ بنابر این $a^2 + b^2 = (4k+1) + (4k'+1) = 4(\underbrace{k + k'}_q) + 2 = 2q$ (صفحه ۵) روش سوم: وقتی $5ab$ فرد است، بنابر این a, b هر دو فرد هستند. در نتیجه توان دوم آن ها یعنی a^2, b^2 هر دو فرد هستند. از آن جا که مجموع دو عدد فرد عددی زوج است $(\cdot/25)$ ، بنابر این $a^2 + b^2$ عددی زوج است.	۱/۲۵
صفحه ۱ از ۴		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	(صفحه ۲۸) روش اول: $7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \pmod{25} \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \xrightarrow{\div 7} x \equiv 3 \pmod{25}$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \pmod{25} \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \pmod{25} \rightarrow y = 18 - 7k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18 \pmod{25}$ است. روش دوم: $7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \pmod{25} \xrightarrow{+25} 9y \equiv 26 \xrightarrow{\div 9} y \equiv 4 \pmod{25}$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \pmod{25} \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \pmod{25} \rightarrow x = 21 - 9k \pmod{25}$ حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18 \pmod{25}$ است. (به روش‌های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق گیرد.)	۱/۵
۸	روش اول: الف) (صفحه ۵۳) (۰/۵)  ت) $4 + 5 = 9 \pmod{5}$ (صفحه ۳۸) روش دوم: الف) رسم شکل (۰/۵)  ت) $3 + 4 = 7 \pmod{5}$ (همکار گرامی دانش آموز هر کدام از حالتها را درست نوشت، لطفاً نمره کامل تعلق گیرد) ب) $abcd$ (۰/۵) یا $(adcb, bcdab, badcb, cdabc, dabcd, dcba)$ پ) (۰/۵) 	۲
۹	روش اول: (صفحه ۳۹ یا ۴۲) $2q = 24 \pmod{25} \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \pmod{25} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6 \pmod{25}$ روش دوم: اگر یالی به گراف اضافه گردد، مجموع درجات گراف جدید، ۲ واحد از مجموع درجات گراف قبل بیشتر است، بنابراین با اضافه شدن ۳ یال جدید، ۶ واحد به مجموع درجات راس‌های گراف G اضافه می‌شود. (۰/۲۵) $2q(G) + 6 = 2q(K_n) = n(n-1)$ (۰/۲۵) بنابراین این، $30 = n^2 - n$ (۰/۲۵) در نتیجه $n = 6$ (۰/۲۵)	۱
رایگان: تنظیم: دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب دو ناحیه ۱ شیراز صفحه ۳ از ۴		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir	
		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	(الف) (صفحه ۴۲)  (۰/۵) (ب)  (۰/۵)	۱
۱۱	(الف) (صفحه ۴۷ یا ۵۲) (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد) (۰/۵) $D = \{e, b, h\}$ (ب) روش اول: (۰/۵) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ طرفی مجموعه (۰/۲۵) $D = \{g, b\}$ یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) روش دوم: با توجه به اینکه $D = \{g, b\}$ (۰/۲۵) یک مجموعه احاطه گر است و همچنین هیچ مجموعه احاطه گر یک عضوی وجود ندارد، (۰/۲۵) (گراف با یک راس احاطه نمی شود. زیرا گراف مرتبه ۹ است و هیچ راسی از درجه ۸ وجود ندارد.) بنابر این عدد احاطه گری برابر ۲ است. (۰/۵)	۱/۵
۱۲	(صفحه ۵۹) روش اول: $\frac{6! \cdot (0/25)}{2! \cdot (0/25) \times 3! \cdot (0/25)} = 60$ روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	(صفحه ۷۱) $x_1 = 0 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 5 \quad (0/25) \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21 \quad (0/25)$ $x_1 = 1 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 3 \quad (0/25) \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10 \quad (0/25)$ $x_1 = 4 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 1 \quad (0/25) \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3 \quad (0/25)$ $21 + 10 + 3 = 34 \quad (0/25)$	۱/۷۵
۱۴	(الف) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (0/25)$ (ب) $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 23 & 32 & 41 \\ 41 & 14 & 23 & 32 \\ 32 & 41 & 14 & 23 \\ 23 & 32 & 41 & 14 \end{pmatrix}$ (پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۴)	۱

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی و فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳		azmoon.medu.gov.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	(صفحه ۷۴) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 \mid n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 \mid n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 \mid n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{12} \right] = 33 \text{ (} ۰/۵ \text{)}$ $ \overline{A \cup B} = S - (A + B - A \cap B) \text{ (} ۰/۲۵ \text{)} = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \text{ (} ۰/۲۵ \text{)}$	۱/۵
۱۶	مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل 1×1 تقسیم می کنیم (۰/۲۵). ۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵) در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ای وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی $\sqrt{2}$ است. $AB < d = \sqrt{2}$ (۰/۵) (صفحه ۸۴)	۱/۵
۲۰	جمع	
صفحه ۴ از ۴		

سوالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		Azmoon.medu.ir		
ردیف	سوالات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
	نمره			

۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید: (الف) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. (ب) عدد ۱۴۰۴ به کلاس یا دسته هم‌نهشتی ۷ به پیمانه ۱۱ تعلق دارد. (ج) در هر گراف کامل، تمام یال‌ها با هم مجاور هستند. (د) اگر A یک مجموعه ۲ عضوی باشد، آن‌گاه فقط دو تابع پوشا مانند $f: A \rightarrow A$ وجود دارد.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید: (الف) تعداد γ -مجموعه‌های گراف تهی از مرتبه ۴، برابر با است. (ب) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌های ۱، و وجود ندارد. (ج) تعداد توابع یک به یک از مجموعه‌ای ۲ عضوی به مجموعه‌ای ۴ عضوی برابر با است.	۱
۳	در سوال چهار گزینه‌ای زیر، گزینه صحیح را انتخاب کنید: به ازای چند مقدار a ، تساوی $(2a, 27) = a$ برقرار است؟ (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۴ (د) ۸	۰.۵
۴	برای هر دو عدد حقیقی a و b ، گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) ثابت کنید: $5a^2 + b^2 \geq 4ab$	۱.۲۵
۵	اگر باقی‌مانده تقسیم دو عدد صحیح m و n بر ۱۹ به ترتیب ۴ و ۵ باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم عدد $(3m - 5n)$ بر ۱۹ را به دست آورید.	۱.۵
۶	اگر k عددی صحیح باشد به طوری که $3k + 1 \mid 4$ ، ثابت کنید: $9k^2 + 18k + 5 \mid 16$	۱
۷	اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $n \mid m$ ، ثابت کنید: $a \equiv b \pmod{n}$	۱
۸	نشان دهید شرط وجود جواب برای معادله $16x \equiv 20 \pmod{14}$ برقرار است، سپس جواب‌های عمومی آن را به دست آورید.	۱.۲۵
۹	با توجه به گراف G : (الف) مقدارهای $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. (ب) یک مسیر به طول ۶، با شروع از رأس a بنویسید. (ج) مجموعه $N_G[d]$ را با نوشتن اعضا، مشخص کنید. (د) دوری به طول ۴ بنویسید که از رأس b شروع شود.	۲

سوال‌ات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		Azmoon.medu.ir		
ردیف	سوال‌ات (پاسخ‌برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
نمره				

۱۰	در هر گراف از مرتبه فرد، ثابت کنید تعداد رأس‌های زوج، عددی فرد است.	۰.۷۵
۱۱	گراف G را در نظر بگیرید: (الف) عدد احاطه‌گری گراف G را به دست آورید و ادعای خود را ثابت کنید. (ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی بنویسید.	۱.۵
۱۲	یک گراف همبند ۷ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه‌گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد.	۰.۵
۱۳	اگر G یک گراف ۳-منتظم از مرتبه ۶ باشد، مقدار $q(\bar{G})$ را محاسبه نمایید.	۰.۷۵
۱۴	تعداد اعداد ۷ رقمی که با ارقام ۱، ۲، ۲، ۲، ۴، ۴ و ۵ می‌توان نوشت را محاسبه کنید.	۱
۱۵	تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 7$ را به دست آورید.	۱.۵
۱۶	مربع‌های لاتین A و B را در نظر بگیرید: (الف) کدام یک از دو مربع لاتین داده شده، چرخشی است؟ (ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامد هستند؟ چرا؟	۱
۱۷	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 200$ ، وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۸ بخش پذیر نباشند؟ (بر ۶ بخش پذیر نباشند و بر ۸ نیز بخش پذیر نباشند).	۱.۵
۱۸	با استفاده از اصل لانه کبوتری، تعیین کنید که در یک دبیرستان حداقل چند دانش آموز مشغول تحصیل باشند تا مطمئن باشیم لاقلاً ۲۱ نفر از آن‌ها، روز هفته و فصل تولدشان، یکسان است؟	۱
مجموع نمرات	موفق باشید	۲۰
صفحه ۲ از ۲		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

۱	الف) نادرست صفحه ۳ (ب) درست صفحه ۲۹ (ج) نادرست صفحه ۳۶ (د) درست صفحه ۷۷ هر قسمت (۰/۲۵)	۱
۲	الف) یک (۰/۲۵) صفحه ۴۶ (ب) ۲ و ۶ (۰/۵) صفحه ۶۷ ج) ۱۲ یا $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ یا $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵) صفحه ۷۸	۱
۳	گزینه ج یا ۴ (۰/۵) صفحه ۱۳	۰/۵
۴	روش اول: $\Delta a^2 + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow \overbrace{\Delta a^2 + b^2 - 4ab}^{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \overbrace{4a^2 + a^2 + b^2 - 4ab}^{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(2a - b)^2 + a^2}_{(0/25)} \geq 0$ نامساوی آخر، همواره برقرار است (۰/۲۵) و روابط بالا برگشت پذیرند. (۰/۲۵) روش دوم: $\Delta a^2 + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow \overbrace{\Delta a^2 - 4ab + b^2}^{(0/25)} \geq 0$ نامساوی آخر، همواره برقرار است. (۰/۲۵) زیرا: $\begin{cases} \Delta > 0 \\ \Delta = 16b^2 - 2ab^2 = -4b^2 \leq 0 \end{cases} \quad (0/5)$ روابط بالا برگشت پذیرند. (۰/۲۵) یا به طور مشابه استدلال زیر نیز قابل قبول است: روش سوم: $\Delta a^2 + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow 1a^2 + 2b^2 \geq 4ab \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow (9a^2 - 6ab + b^2) + (a^2 - 2ab + b^2) \geq 0 \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow (3a - b)^2 + (a - b)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ نامساوی آخر، همواره برقرار است. (۰/۲۵) و روابط بالا برگشت پذیرند. (۰/۲۵) (ملاحظات: در هر یک از روش‌ها در صورت استفاده از نماد $\Leftrightarrow$ و یا نوشتن عبارت «برگشت پذیر بودن رابطه‌ها» (۰/۲۵) نمره منظور شود). صفحه ۸	۱/۲۵
صفحه ۱ از ۷		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

۵	روش اول: $\left. \begin{aligned} m &= 19q_1 + 4 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \\ n &= 19q_2 + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3m &= 19q_3 + 12 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \\ \Delta n &= 19q_4 + 25 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3m - \Delta n = 19q_5 + 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow r = 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش دوم: $m \equiv 4 \text{ (} \circ / 25 \text{)}, n \equiv 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 3m - \Delta n \equiv 12 - 25 \equiv -13 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ $\Rightarrow 3m - \Delta n \equiv -13 + 19 \equiv 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow r = 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش سوم: $\left. \begin{aligned} 19 \mid m - 4 \text{ (} \circ / 25 \text{)} &\Rightarrow 19 \mid 3m - 12 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \\ 19 \mid n - 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)} &\Rightarrow 19 \mid \Delta n - 25 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 19 \mid 3m - \Delta n + 13 \Rightarrow 19 \mid 3m - \Delta n - 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ $\Rightarrow r = 6 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ ملاحظات: اگر دانش آموز با مثال عددی باقی مانده را درست به دست آورد، (۵/۰) نمره داده شود. صفحه ۱۴	۱/۵
	روش اول: $\left. \begin{aligned} 4 \mid 3k+1 &\Rightarrow 4 \times 4 \mid 4(3k+1) \Rightarrow 16 \mid 12k+4 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \\ 4 \mid 3k+1 &\Rightarrow 4^2 \mid (3k+1)^2 \Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 6k+1 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش دوم: $3k+1 = 4q \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow \begin{cases} 12k+4 = 16q \\ 9k^2 + 6k+1 = 16q^2 \end{cases} \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 9k^2 + 18k + 5 = 16q'^2 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ $\Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش سوم: $3k+1 \equiv 0 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 12k+4 \equiv 0, 9k^2 + 6k+1 \equiv 0 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 9k^2 + 18k + 5 \equiv 0 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ $\Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش چهارم: $4 \mid 3k+1 \Rightarrow 4 \mid 3k+5 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 16 \mid (3k+1)(3k+5) \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ روش پنجم: $3k+1 \equiv 0 \Rightarrow 3k+5 \equiv 0 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow (3k+1)(3k+5) \equiv 0 \text{ (} \circ / 25 \text{)} \Rightarrow 16 \mid 9k^2 + 18k + 5 \text{ (} \circ / 25 \text{)}$ صفحه ۱۶	۱

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

۷	روش اول: $\begin{cases} m a-b \text{ (o/25)} \\ n m \Rightarrow \end{cases} \Rightarrow n a-b \text{ (o/5)} \Rightarrow a \equiv b \text{ (o/25)}$ روش دوم: $\begin{cases} a \equiv b \Rightarrow a-b = mq_1 \text{ (o/25)} \\ n m \Rightarrow m = nq_2 \text{ (o/25)} \end{cases} \Rightarrow a-b = nq_1q_2 \text{ (o/25)} \Rightarrow a \equiv b \text{ (o/25)}$ روش سوم: $\begin{cases} a \equiv b \\ n m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv b \\ m = nq_1 \text{ (o/25)} \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \text{ (o/25)} \Rightarrow n a-b \text{ (o/25)} \Rightarrow a \equiv b \text{ (o/25)}$ روش چهارم: برهان خلف: فرض می کنیم حکم برقرار نباشد، پس a همنهشت b به پیمانه n نیست: $\begin{cases} a-b \neq nq_1 \Rightarrow a-b = nq_1 + r, 0 < r < n \quad (*) \text{ (o/25)} \\ a \equiv b, n m \Rightarrow a-b = mq_2, m = nq_2 \Rightarrow a-b = nq_2q_3 \text{ (o/25)} \end{cases}$ $\Rightarrow nq_1 + r = nq_2q_3 \Rightarrow n r \quad (**) \text{ (o/25)}$ رابطه (*) با (**) تناقض دارد، پس حکم برقرار است. (o/25) صفحه ۲۹	
۸	روش اول: معادله جواب دارد $(16, 14) = 2 20 \text{ (o/25)}$ $16x \equiv 20 \Rightarrow 4x \equiv 5 \text{ (o/25)} \Rightarrow 4x \equiv 5 + 7 \text{ (o/25)} \Rightarrow x \equiv 3 \text{ (o/25)} \Rightarrow x = 7k + 3 \text{ (o/25)}$ روش دوم: معادله جواب دارد $16x \equiv 20 \Rightarrow 16x + 14y = 20 \text{ (o/25)} \Rightarrow 8x + 7y = 10, (8, 7) = 1, 1 10 \text{ (o/25)}$ $8x \equiv 10 \Rightarrow 4x \equiv 5 \Rightarrow 4x \equiv 5 + 7 \text{ (o/25)} \Rightarrow x \equiv 3 \text{ (o/25)} \Rightarrow x = 7k + 3 \text{ (o/25)}$ ملاحظات: به هر پاسخ صحیح دیگر که از روش کاهش یا افزایش پیمانه استفاده شود، نمره کامل تعلق گیرد. صفحه ۳۰	
۹	الف) $\delta(G) = 0 \text{ (o/25)}$ ، $\Delta(G) = 4 \text{ (o/25)}$ ب) $abcbgdnf \text{ (o/5)}$ ج) $N_G[d] = \{d, n, b, c, g\} \text{ (o/5)}$ د) $bndcb \text{ (o/5)}$ یا $bdgcb \text{ (o/5)}$ یا $bcdnb \text{ (o/5)}$ یا $bcbdb \text{ (o/5)}$ صفحات ۳۶، ۳۷ و ۳۸	
صفحه ۳ از ۷		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir			نمره
راهنمای نمره گذاری			ردیف

۱۰	روش اول: x: تعداد رأس های زوج گراف $y = 2k$ (۰/۲۵): تعداد رأس های فرد گراف $p = 2t + 1$: تعداد رأس های گراف $\underbrace{p = y + x}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow 2t + 1 = 2k + x \Rightarrow x = 2t + 1 - 2k = 2(t - k) + 1 \Rightarrow \underbrace{x = 2q + 1}_{(۰/۲۵)}$ روش دوم: مجموع تعداد رأس های فرد و تعداد رأس های زوج این گراف، عددی فرد است. (۰/۲۵) می دانیم تعداد رأس های فرد در هر گراف، عددی زوج است. (۰/۲۵) لذا تعداد رأس های زوج در این گراف باید عددی فرد باشد. (۰/۲۵) روش سوم: اثبات به روش برهان خلف: (منظور از p مرتبه گراف است). تعداد رئوس فرد را y و تعداد رئوس زوج را x می نامیم. فرض خلف: فرض کنیم x زوج است در این صورت $y = p - x$ فرد است (p فرد و x زوج است). (۰/۲۵) ولی می دانیم تعداد رئوس فرد یک گراف عددی زوج است (۰/۲۵) که با فرد بودن y در تناقض است. پس فرض خلف باطل و x عددی فرد است. (۰/۲۵) صفحه ۴۰	۰/۷۵
	روش اول: الف) (۰/۲۵) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{8}{4} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$ نیاز است و هیچ رأس دیگری به تنهایی نمی تواند سایر رأس ها را احاطه کند، پس به بیش از دو رأس برای احاطه گری نیاز است (۰/۲۵). از طرفی چون مجموعه $A = \{g, c, a\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) \leq 3$ پس $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) روش دوم: برای احاطه کردن رئوس f, g, h حداقل به یک رأس نیاز است. (۰/۲۵) همچنین برای رأس های باقی مانده حداقل به دو رأس دیگر نیاز است. یعنی $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵). از طرفی مجموعه $A = \{g, c, a\}$ یک مجموعه احاطه گر است، (۰/۲۵) پس $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) ملاحظات: به جای مجموعه A، مجموعه های احاطه گر $\{g, c, d\}$ یا $\{g, c, b\}$ یا $\{g, e, a\}$ یا $\{g, b, d\}$ یا $\{g, a, d\}$ هم قابل قبول است. (به استدلال های صحیح دیگر، نمره به تناسب تعلق گیرد). ب) (۰/۵) $\{f, h, e, d, b\}$ صفحه ۵۰	۱/۵

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

۱۲	رسم شکل (۵/۰) ملاحظات: به گراف های صحیح دیگر، نمره تعلق گیرد.	۵/۰ صفحه ۵۳
۱۳	روش اول: $\underbrace{2q(G) = 3p(G) \Rightarrow 2q(G) = 18 \Rightarrow q(G) = 9}_{(۵/۰)} \Rightarrow q(\bar{G}) = \underbrace{\binom{6}{2} - 9}_{(۵/۰)} = 6$ روش دوم: می دانیم مکمل هر گراف منتظم، خود نیز گرافی منتظم است. لذا مکمل گراف ۳- منتظم با ۶ راس، گرافی ۲- منتظم است. (۵/۲۵) پس $\underbrace{2q(\bar{G}) = 2p(G)}_{(۵/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{q(\bar{G}) = \frac{2 \times 6}{2}}_{(۵/۲۵)} = 6$ روش سوم: رسم نمودار G (۵/۲۵) رسم نمودار $\bar{G}$ (۵/۲۵) $q(\bar{G}) = 6$ (۵/۲۵) ملاحظات: اگر به کمک رسم فقط یکی از گراف های G یا $\bar{G}$ مقدار $q(\bar{G})$ را درست بدست آورد، نمره کامل منظور شود. همچنین، دو گراف رسم شده، به عنوان نمونه است و به گراف های صحیح دیگر، نمره تعلق گیرد. روش چهارم: درگراف کامل $\frac{6 \times 5}{2} = 15$ (۵/۲۵) تعداد کل یال ها $q(G) = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ (۵/۲۵)} \Rightarrow q(\bar{G}) = 15 - 9 = 6 \text{ (۵/۲۵)}$ صفحه ۴۱	۵/۲۵ صفحه ۴۱
صفحه ۵ از ۷		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		
	نمره		

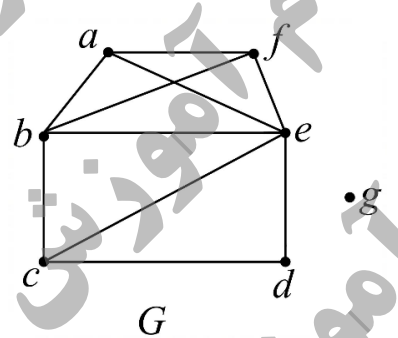
۱۴	روش اول: $\frac{7!}{3! \times 2!} = 420 \quad (0/25)$ روش دوم: $\binom{7}{3} \times \binom{4}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} = 420 \quad (0/25)$ ملاحظات: در روش دوم، پاسخ‌های دیگری مانند موارد زیر نیز قابل قبول هستند. $\binom{7}{2} \times \binom{5}{1} \times \binom{4}{3} \times \binom{1}{1} = 420 \quad (0/25) \quad \text{یا} \quad \binom{7}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{3}{3} = 420 \quad (0/25)$ صفحه ۵۸	
۱۵	$\left. \begin{aligned} x_3 = 0 &\Rightarrow x_1 + x_2 + x_4 = 7 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{9}{2} = 36 \quad (0/25) \\ x_3 = 1 &\Rightarrow x_1 + x_2 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{5}{2} = 10 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 36 + 10 = 46 \quad (0/25)$ ملاحظات: اگر فرمول نوشته نشود اما عددگذاری، به درستی انجام شود، نمره کامل تعلق گیرد. اگر با استفاده از روش ستاره و خط مشابه فعالیت صفحه ۵۹ کتاب درسی، مساله به درستی حل شود، نمره کامل تعلق گیرد. صفحه ۷۱	
۱۶	الف) مربع لاتین B (۰/۲۵) ب) خیر (۰.۲۵) زیرا از کنار هم قراردادن درایه‌های نظیر دو مربع لاتین A و B، مربع جدید حاصل حاوی اعداد دو رقمی تکراری است. (۰/۲۵) رسم یکی از دو مربع مقابل (۰/۲۵) ملاحظات: برای دلیل متعاند نبودن، اشاره به یکسان بودن دو درایه مشخص در جایگاه‌های نظیر در دو مربع A و B (بدون رسم مربع) (۰/۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۶۵	
صفحه ۶ از ۷		

باسمه تعالی

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۲۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
	نمره		

۱۷	$A = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 200, n = 6k\} \Rightarrow A = \left[\frac{200}{6} \right] = 33 (0/25)$ $B = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 200, n = 8k\} \Rightarrow A = \left[\frac{200}{8} \right] = 25 (0/25)$ $A \cap B = \{n \in N \mid 1 \leq n \leq 200, n = 24k\} \Rightarrow A = \left[\frac{200}{24} \right] = 8 (0/25)$ $\overline{A \cap B} = S - A \cup B = S - (A + B - A \cap B)$ $= 200 - (33 + 25 - 8) = 150 (0/25)$ $(0/5)$ ملاحظات: تعیین A، B و $A \cap B$ به شیوه های مختلف امکان پذیر است. به هر روش صحیح دیگر نمره به تناسب تعلق گیرد. صفحه ۷۴	
۱۸	$\left. \begin{aligned} k + 1 = 21 &\Rightarrow k = 20 (0/25) \\ n = 7 \times 4 = 28 &\quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ $kn + 1 = 20 \times 28 + 1 = 561 (0/25)$ $(0/25)$ ملاحظات: اگر در حل سوال، مقادیر درست n و k را مستقیماً در فرمول جایگذاری کند و جواب را صحیح بدست آورد، نمره کامل تعلق گیرد. روش دوم: $\left[\frac{m}{n} \right] = 21 \Rightarrow 20 < \frac{m}{28} \leq 21 \Rightarrow 560 < m \leq 588 \Rightarrow$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$ $\Rightarrow m = 561$ حداقل مقدار (حداقل تعداد دانش آموزان) $(0/25)$ صفحه ۸۳	
موفق باشید		
صفحه ۷ از ۷		

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی: کد درس: ۱۲۰۷۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)		
	نمره		

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی a و b ، اگر $a^2 + b^2 = 0$ باشد، آن گاه $a = 0$ و $b = 0$. ب) تعداد یالهای هرگراف، نصف مجموع درجات رأس‌های آن گراف است. ج) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ وجود ندارد.
۱/۲۵	۲	جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید. الف) حاصل عبارت $[15, 72, (48, 72)]$ برابر است. ب) هرگاه بین هر دو رأس یک گراف حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، آن گراف را می‌نامیم. ج) مجموع درایه‌های روی قطر اصلی یک مربع چرخشی 5×5 برابر است. د) تعداد حالت‌هایی که می‌توان ۲ کتاب متفاوت را بین ۴ نفر توزیع کرد به شرط آن که هیچ‌کس بیشتر از یک کتاب نداشته باشد، برابر است.
۱.۵	۳	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 - 9n + 1$ همواره عددی فرد است.
۱.۵	۴	اگر باقی مانده تقسیم اعداد صحیح a و b بر ۲۳ به ترتیب ۶ و ۷ باشد، آن گاه باقی‌مانده تقسیم عدد $3a - 5b$ بر ۲۳ را به دست آورید.
۱.۲۵	۵	اگر a عدد صحیح بزرگتر از یک و $a \mid 11k + 5$ و $a \mid 7k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.
۱	۶	در صورتی که دهم مهر در یک سال دوشنبه باشد، ۲۹ اسفند در همان سال چند شنبه است؟ (ذکر راه حل الزامی است.)
۱.۲۵	۷	جواب عمومی معادله هم‌نهشتی $750 \equiv 462x^9$ را به دست آورید.
۱.۵	۸	گراف G را در نظر بگیرید. الف) مقدار $d_{\bar{G}}(e)$ را به دست آورید. ب) حاصل $q(\bar{G})$ را به دست آورید. ج) دوری به طول ۶ با شروع از رأس a در گراف G بنویسید. د) گراف G چند رأس زوج دارد؟ 
۱	۹	اگر G یک گراف k -منتظم از مرتبه ۷ و دارای ۱۴ یال باشد، آن گاه مقدار $\Delta(G)$ را به دست آورید.
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی: کد درس: ۱۲۰۷۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش			Azmoon.medu.ir
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)		
	نمره		

۲		گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) با اضافه کردن کدام رأس، به مجموعه $A = \{a, b, i\}$ می توان آن را به یک مجموعه احاطه گر تبدیل کرد؟ ب) سه مجموعه احاطه گر ۴ عضوی غیر مینیمالی که شامل رأس f باشند را بنویسید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیم برای این گراف بنویسید. د) عدد احاطه گری این گراف را مشخص کنید.	۱۰
۱		الف) گراف P_8 را رسم کنید. ب) در این گراف یک مسیر به طول ۶ بنویسید.	۱۱
۱		به چند طریق می توان ۹ نفر را در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان داد؟ (ذکر راه حل الزامی است).	۱۲
۱		تعداد جواب های صحیح مثبت معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ را محاسبه کنید.	۱۳
۱.۲۵	مربع لاتین A را در بگیرید: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	الف) با تعویض جای سطر اول و سطر سوم یک مربع لاتین دیگری به دست آورید و آن را B بنامید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامد هستند؟ چرا؟	۱۴
۱.۵		به چند طریق می توان ۴ مهره به رنگ های سبز، قرمز، آبی و سفید را در ۳ ظرف قرار دهیم، به شرطی که هیچ ظرفی خالی نماند؟ (ذکر راه حل الزامی است).	۱۵
۱.۲۵		تعیین کنید ۴۶ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟ (ذکر راه حل الزامی است).	۱۶
۲۰	مجموع نمرات	صفحه ۲ از ۲	
موفق باشید			

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

با عرض سلام و خداقوت لطفا هنگام نمره گذاری پاسخ برگ ها نکات زیر را مد نظر قرار دهید: (۱) به منظور صحت و دقت در نمره گذاری پاسخ برگ های آزمون، صرفاً راهنمای قابل استناد نمره گذاری، ملاک عمل است. (۲) در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده باشد، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد. (۳) در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، (۰.۲۵) نمره تعلق می گیرد.			
۱	الف) درست (۰.۲۵) (صفحه ۳) ب) درست (۰.۲۵) (صفحه ۳۹) ج) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۶۷)	۰.۷۵	
۲	الف) (۰.۲۵) ۱۲۰ (صفحه ۱۷) ب) همبند (۰.۲۵) (صفحه ۳۹) ج) ۵ (۰.۲۵) (صفحه ۶۳) د) ۱۲ یا (۴) یا $P(۴, ۲)$ یا $\frac{۴!}{۲!}$ یا $۲! \times \binom{۴}{۲}$ هر مورد که نوشته شود (۰.۵) نمره داده شود. (صفحه ۷۸)	۱.۲۵	
۳	روش اول: (صفحه ۴) $\begin{cases} n = 2k \Rightarrow n^2 - 9n + 1 = (2k)^2 - 9(2k) + 1 = 2(2k^2 - 9k) + 1 = 2t + 1 \\ n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 - 9n + 1 = (2k + 1)^2 - 9(2k + 1) + 1 = 2(2k^2 - 7k - 4) + 1 = 2q + 1 \end{cases}$ اگر دانش آموز با استفاده از قضیه تقسیم، افرازی صحیح و متفاوت از مجموعه اعداد طبیعی ارائه دهد و تمامی حالت های ممکن را مورد بررسی قرار داده و بر همان اساس مسئله را اثبات نماید، به تناسب نمره تعلق گیرد. روش دوم: $n^2 - 9n + 1 = n^2 - n - 8n + 1 = \underbrace{n(n-1) - 8n + 1}_{(0.25)}$ چون حاصل ضرب دو عدد متوالی صحیح، عددی زوج است، بنابراین $n(n-1)$ عبارتی زوج است. (۰.۵) در نتیجه عددی صحیح مانند k وجود دارد که $n(n-1) = 2k$. بنابراین: $n(n-1) - 8n + 1 = 2k - 8n + 1 = 2(k - 4n) + 1 = 2q + 1$ که $2q + 1$ عددی فرد است. (۰.۲۵)	۱/۵	
صفحه ۱ از ۷			

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱	
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری					
نمره							

روش سوم:

$$n^2 - 9n + 1 = \underbrace{n(n-9) + 1}_{(0.25)}$$

اگر n عددی فرد باشد، آن گاه $n - 9$ عددی زوج است و بنابراین $n(n-9)$ عددی زوج است. (۰.۵)

اگر n عددی زوج باشد، آن گاه $n(n-9)$ عددی زوج است. (۰.۲۵)

بنابراین، $n(n-9)$ همواره عددی زوج است. (۰.۲۵) در نتیجه، $n(n-9) + 1$ همواره عددی فرد است. (۰.۲۵)

روش چهارم: روش برهان خلف

فرض کنید چنین نباشد، یعنی $n^2 - 9n + 1$ همواره عددی فرد نباشد. بنابراین عددی طبیعی مانند n وجود دارد که $n^2 - 9n + 1$ عددی زوج باشد. (۰/۲۵) معادل با آن، عددی طبیعی مانند n وجود دارد که $n^2 - 9n = n(n-9)$ عددی فرد است. (۰/۲۵)

اگر n عددی فرد باشد، آن گاه $n - 9$ عددی زوج است و بنابراین $n(n-9)$ عددی زوج است. (۰/۲۵)

اگر n عددی زوج باشد، آن گاه $n(n-9)$ عددی زوج است. (۰/۲۵)

بنابراین، $n(n-9)$ همواره عددی زوج است. (۰/۲۵)

این با فرض در نظر گرفته شده، در تناقض است. در نتیجه فرض خلف باطل و $n^2 - 9n + 1$ همواره به ازای هر عدد طبیعی عددی فرد است. (۰/۲۵)

به پاسخ‌های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق می‌گیرد.

روش اول:

$$\begin{aligned} a = 22q_1 + 6 &\Rightarrow 3a = 3 \times 22q_1 + 18 & (0.25) \\ b = 22q_2 + 7 &\Rightarrow -5b = -5 \times 22q_2 - 35 & (0.25) \\ \Rightarrow 3a - 5b = 22(3q_1 - 5q_2) - 17 & (0.25) \end{aligned}$$

$$22(3q_1 - 5q_2 - 1) + 23 - 17 = 22q_2 + 6 \Rightarrow r = 6 \quad (0.25)$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} a \equiv 6 &\Rightarrow 3a \equiv 18 & (0.5) \\ b \equiv 7 &\Rightarrow 5b \equiv 35 & (0.5) \\ \Rightarrow 3a - 5b &\equiv -17 \equiv 6 & (0.25) \Rightarrow r = 6 \end{aligned}$$

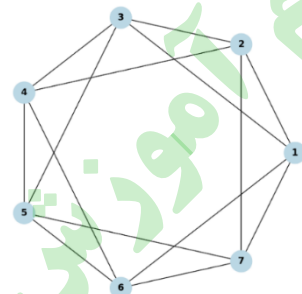
صفحه ۲ از ۷

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱	
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) – تابستان ۱۴۰۴							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری					
نمره							

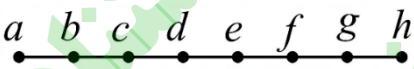
۱.۵	روش سوم: $\begin{cases} a = 23q_1 + 6 \Rightarrow 23 \mid a - 6 \\ b = 23q_2 + 7 \Rightarrow 23 \mid b - 7 \end{cases} \Rightarrow 23 \mid 3(a - 6) - 5(b - 7) - 23$ $\Rightarrow 23 \mid 3a - 5b - 6 \Rightarrow 3a - 5b = 23q_3 + 6 \Rightarrow r = 6$ (صفحه ۱۴)	۴																												
۱.۲۵	روش اول: (صفحه ۱۱) $\begin{cases} a \mid 11k + 5 \\ a \mid 7k + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \mid 77k + 35 \\ a \mid 77k + 23 \end{cases} \Rightarrow a \mid (77k + 35) - (77k + 23) \Rightarrow$ $a \mid 2 \xrightarrow{a > 1} a = 2$ به پاسخ های صحیح دیگر به تناسب نمره تعلق می گیرد. روش دوم: $\begin{cases} 11k + 5 = aq_1 \Rightarrow 77k + 35 = aq_2 \\ 7k + 3 = aq_3 \Rightarrow 77k + 23 = aq_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = aq_5 \\ 2 = aq_6 \end{cases} \Rightarrow a = 2$	۵																												
۱	روش اول: (صفحه ۳۰) $20 + 4 \times 30 + 29 \equiv 169 \equiv 1 \pmod{29}$ <table border="1"><tr><td>د</td><td>س</td><td>چ</td><td>پ</td><td>ج</td><td>ش</td><td>ی</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table> روز سه شنبه (۰.۲۵) روش دوم: (اطلاعات جدول (۰.۵)) <table border="1"><tr><td>اسفند (۲۹)</td><td>بهمن (۳۰)</td><td>دی (۳۰)</td><td>آذر (۳۰)</td><td>آبان (۳۰)</td><td>مهر (۲۰)</td><td>ماه</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۲</td><td>۲</td><td>۲</td><td>۶</td><td>روزهای باقیمانده به پیمانه ۷</td></tr></table> $6 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 \equiv 1 \pmod{7}$ روز سه شنبه (۰.۲۵)	د	س	چ	پ	ج	ش	ی	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	اسفند (۲۹)	بهمن (۳۰)	دی (۳۰)	آذر (۳۰)	آبان (۳۰)	مهر (۲۰)	ماه	۱	۲	۲	۲	۲	۶	روزهای باقیمانده به پیمانه ۷	۶
د	س	چ	پ	ج	ش	ی																								
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶																								
اسفند (۲۹)	بهمن (۳۰)	دی (۳۰)	آذر (۳۰)	آبان (۳۰)	مهر (۲۰)	ماه																								
۱	۲	۲	۲	۲	۶	روزهای باقیمانده به پیمانه ۷																								

صفحه ۳ از ۷

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱	
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش				Azmoon.medu.ir			
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری					
نمره							

۷	(صفحه ۲۴) $463x \equiv 750 \Rightarrow 9(51x) + 4x \equiv 9(83) + 3 \Rightarrow 4x \equiv 3$ $\Rightarrow 4x \equiv 12 \xrightarrow{(4,9)=1} x \equiv 3 \Rightarrow x = 9k + 3$ به روش‌های صحیح دیگر، به تناسب نمره تعلق گیرد.	۱.۲۵
۸	(صفحه ۴۱) الف) $d_{\bar{G}}(e) = 1$ (۰.۵) ب) $q(\bar{G}) = \frac{7(7-1)}{2} - 10 = 11$ یا $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} - 10 = 11$ (۰.۵) ج) $afedcba$ یا $aedcbfa$ یا $abcdefa$ یا $afbcdea$ (۰.۲۵) د) ۳ (۰.۲۵)	۱.۵
۹	روش اول: $kp = 2q \Rightarrow k(7) = 28 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \Delta(G) = k = 4$ (صفحه ۳۵ و ۴۰) روش دوم: در صورتی که دانش‌آموز یک گراف ۴-منتظم از مرتبه ۷ با ۱۴ یال (مانند نمونه ارائه شده) رسم کند، سپس مقدار $\Delta(G)$ را درست تعیین نماید، به تناسب نمره تعلق گیرد. 	۱
۱۰	الف) e (۰.۲۵) ب) $\{f, c, b, h\}$ (۰.۲۵) ، $\{f, c, d, h\}$ (۰.۲۵) ، $\{f, a, d, h\}$ (۰.۲۵) ج) $B = \{c, h, b\}$ یا $A = \{c, h, d\}$ یا $C = \{d, a, h\}$ (۰.۵) د) $\gamma(G) = 3$ (۰.۵) (صفحه ۴۷ و ۴۹)	۲
صفحه ۴ از ۷		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱	الف) رسم نمودار (۰.۵)  ب) برای هر مورد که نوشته شود (۰.۵) abcdefg یا bcdefgh یا hgfedcb یا gfedcba (صفحه ۳۸)	۱۱
۱	روش اول: (۰.۲۵) $\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!} \quad (۰.۷۵)$ روش دوم: (۰.۷۵) یا هر یک از موارد مشابه مانند: $\binom{9}{2} \binom{5}{3} \binom{2}{2}$ یا $\binom{9}{4} \binom{5}{3}$ یا $\binom{9}{4} \binom{5}{3} \binom{2}{2}$ (۰.۲۵) (صفحه ۵۹)	۱۲
۱	روش اول: (۰.۷۵) $\binom{n-1}{k-1} = \binom{7}{3} = ۳۵ \quad (۰.۲۵)$ روش دوم: (۰.۲۵) $y_i = x_i - 1 \quad : 1 \leq x_i \leq 4 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 4 \quad (۰.۲۵)$ $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7}{3} = ۳۵ \quad (۰.۵)$ (صفحه ۶۱)	۱۳
	صفحه ۵ از ۷	

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir		
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری			
نمره				

الف) رسم جدول (۰.۵)	$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	۱۴
ب) روش اول: بله (۰.۲۵) زیرا در مربع زیر عدد دورقمی تکراری وجود ندارد (۰.۲۵)	$\begin{bmatrix} 13 & 21 & 32 \\ 22 & 33 & 11 \\ 31 & 12 & 23 \end{bmatrix}$	۱.۲۵
روش دوم: بله (۰.۲۵)، زیرا هر دو جایگاه در مربع A که اعداد یکسانی دارند، جایگاه‌های نظیر آن‌ها از مربع B اعداد متمایزی دارند (۰.۵) (صفحه ۷۲)		
روش اول: تعداد حالات ممکن، معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی است، که برابر با: (۰.۲۵) $3^4 - (3 \times 2^4 - 3 \times 1^4 + 0) = 36$ (۰.۷۵)		
روش دوم: تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B است:		
$A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j\}; 1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 3$		
$ S = B ^{ A } = 3^4 = 81, A_j = 2^4 = 16; 1 \leq j \leq 3$ (۰.۵)		
$ A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1^4 = 1, A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰.۵)		
$ \overline{A_1 \cap A_2 \cap A_3} = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36$ (۰.۲۵) (صفحه ۷۷)		۱۵
روش سوم: برای آن که ظرفی خالی نماند، یک ظرف باید شامل دو مهره باشد. تعداد حالت‌های انتخاب این ظرف $\binom{3}{1} = 3$		
است. (۰.۲۵) دو مهره باید انتخاب شود و در این ظرف قرار گیرد. تعداد حالت‌های انتخاب این دو مهره $\binom{4}{2} = 6$ است. (۰.۲۵)		
دو مهره دیگر به ۲! حالت در دو ظرف باقی‌مانده قرار می‌گیرند. (۰.۲۵)		
بنابراین تعداد کل حالت‌های مورد نظر $\binom{3}{1} \times \binom{4}{2} \times 2! = 36$ (۰.۷۵) است.		
توضیحات نمره گذاری: چنانچه دانش آموز ظرف‌ها را غیر متمایز در نظر گرفته و پاسخ را با استدلالی درست نوشته باشد، به تناسب نمره تعلق گیرد. در این حالت جواب نهایی برابر ۶ می‌شود.		
صفحه ۶ از ۷		

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه		ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				
ردیف		راهنمای نمره‌گذاری		
نمره				

۱۶	روش اول: طبق اصل لانه کبوتری داریم:
	$\left\{ \begin{array}{l} \overbrace{k+1=5 \Rightarrow k=4}^{(0.25)} \\ \overbrace{kn+1 \leq 46 \Rightarrow \underbrace{4n+1 \leq 46}_{(0.5)} \Rightarrow \underbrace{4n \leq 45}_{(0.25)} \Rightarrow \underbrace{n \leq \frac{45}{4}}_{(0.25)} \Rightarrow \underbrace{\max(n)=11}_{(0.25)}} \end{array} \right.$ توضیحات نمره گذاری: در صورتی که مقدار k جداگانه محاسبه نشده است، اما در فرمول به درستی جایگذاری شده است، نمره ای کسر نگردد.
۱۲.۲۵	روش دوم:
	$\left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor = k \Rightarrow \underbrace{\left\lfloor \frac{46}{n} \right\rfloor = 5}_{(0.5)} \Rightarrow \underbrace{4 < \frac{46}{n} \leq 5}_{(0.25)} \Rightarrow \underbrace{4n < 46}_{(0.25)} \Rightarrow \underbrace{\max(n)=11}_{(0.25)}$
	(صفحه ۸۲)
۲۰	مجموع نمرات
صفحه ۷ از ۷	
موفق باشید	

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته - ۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		Azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)			
نمره				

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. (الف) اگر n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4n+1$ مربع کامل است. (ب) اگر برای هر سه مجموعه دلخواه A, B و C داشته باشیم $A \cap B = A \cap C$ آنگاه $B = C$ (پ) اگر $a b$ آنگاه $[a, b] = a $ (کروشه نماد ک.م.م است). (ت) تعداد توابع یک به یک از مجموعه ای ۳ عضوی به مجموعه ای ۵ عضوی برابر ۱۰ است.	۱
۰/۷۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب، کامل کنید. (الف) حاصل $(-5, 0)$ برابر است. (پرانتر نماد ب.م.م است). (ب) باقی مانده تقسیم -43 بر ۸ برابر است. (پ) عدد احاطه گری گراف P_5 برابر است.	۲
۰/۷۵	با برهان خلف ثابت کنید اگر α و β دو عدد گنگ و $\beta - 2\alpha$ عددی گویا باشد، آنگاه $3\alpha - \beta$ عددی گنگ است.	۳
۱	به روش بازگشتی ثابت کنید: $xy + \frac{1}{2}(y^2 + 1) \geq x(1-x)$	۴
۱	ثابت کنید اگر از مربع هر عدد فرد، یک واحد کم کنیم، حاصل بر ۸ بخش پذیر است.	۵
۱	اگر a عددی اول باشد و $3a 4k+2$ و $3a 5k+1$ آنگاه مقدار a را بیابید.	۶
۱	جوابهای عمومی معادله هم نهشتی $35x \equiv 50 - 2x$ را به دست آورید.	۷
۱	اگر ۲۵ خردادماه در یک سال یکشنبه باشد، ۱۰ آذرماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۸
۲	گراف G را در نظر بگیرید. (الف) مجموعه $V(G)$ و اندازه گراف G را بنویسید. (ب) مسیری به طول ۴ از a به b بنویسید. (پ) دوری به طول ۵ بنویسید که از رأس c شروع شود. (ت) اگر $N_G(x) = \{c, b, d\}$ باشد، آنگاه x چه رأس یا رأس هایی می تواند باشد؟	۹
۰/۷۵	اگر در گراف G از مرتبه ۸، مجموع درجات ۴۰ باشد، تعداد یال های گراف مکمل G را به دست آورید.	۱۰
۱	اگر در یک گراف ۳- منتظم از مرتبه p و اندازه q داشته باشیم $p+q=20$ در این صورت مقدار p و q را بیابید.	۱۱
صفحه ۱ از ۲		

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته - ۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم		رشته: ریاضی و فیزیک		تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰	
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران		نام و نام خانوادگی:	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴							
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				سؤالات (پاسخ برگ دارد)			
ردیف		نمره					

۱۲	گراف G را در نظر بگیرید. الف) عدد احاطه‌گری گراف G را با ذکر دلیل به دست آورید. ب) در گراف G یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی شامل رأس a بنویسید.	۱/۵
۱۳	یک گراف از مرتبه ۵ با عدد احاطه‌گری ۳ رسم کنید.	۰/۵
۱۴	الف) محاسبه کنید ۸ نفر به چند طریق می‌توانند در یک اتاق ۴ نفره و دو اتاق ۲ نفره در یک هتل اسکان یابند؟ ب) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را محاسبه کنید؟	۱ ۰/۷۵
۱۵	از بین ۵ نوع گل مختلف به چند طریق می‌توان یک دسته گل شامل ۸ شاخه گل انتخاب کرد به طوری که از گل نوع اول حداقل ۲ شاخه گل و از گل نوع پنجم فقط یک شاخه گل انتخاب شود؟	۱/۵
۱۶	در مربع لاتین مقابل، مقادیر x ، y ، z و t را به دست آورید.	۱
۱۷	به کمک اصل شمول و عدم شمول تعیین کنید چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $n \leq 600$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۳ و ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۸	در یک دبیرستان، حداقل چند دانش آموز وجود داشته باشند تا مطمئن باشیم حداقل ۲۱ دانش آموز ماه تولدشان یکسان است؟	۱
موفق باشید		جمع
صفحه ۲ از ۲		۲۰

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				
ردیف	راهنمای نمره گذاری			
نمره				

لطفا هنگام نمره گذاری پاسخ برگ ها نکات زیر را مد نظر قرار دهید:

- به منظور صحت و دقت در نمره گذاری پاسخ برگ های آزمون، صرفاً راهنمای قابل استناد نمره گذاری، ملاک عمل است.
- در صورتی که در هر یک از مراحل محاسباتی، خطایی رخ داده اما پس از آن بقیه مراحل به درستی انجام شده است، فقط نمره مربوط به خطای انجام شده کسر گردد.
- در صورتی که دانش آموز فقط پاسخ نهایی را نوشته باشد، (۰/۲۵) نمره تعلق می گیرد.

۱	الف) درست صفحه ۳ (ب) نادرست صفحه ۳ (پ) نادرست صفحه ۱۳ (ت) نادرست صفحه ۷۸ هر قسمت (۰/۲۵)	۱
۲	الف) ۵ (ب) ۱۳ صفحه ۱۴ (پ) ۴ صفحه ۵۲ هر قسمت (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	روش اول: فرض کنیم $3\alpha - \beta$ عددی گویا باشد، (۰/۲۵) داریم $(3\alpha - \beta) + (\beta - 2\alpha) = \alpha \quad (۰/۲۵)$ با توجه به این که مجموع دو عدد گویا، عددی گویاست، پس α باید عددی گویا باشد که با فرض مسأله در تناقض است. (۰/۲۵) روش دوم: فرض کنید $3\alpha - \beta$ عددی گویا باشد. (۰/۲۵) می دانیم جمع و یا تفریق یک عدد گنگ با یک عدد گویا همواره عددی گنگ است. بنابراین $(3\alpha - \beta) - (\alpha) = (2\alpha - \beta)$ یک عدد گنگ است. (۰/۲۵) در نتیجه $-(2\alpha - \beta) = (\beta - 2\alpha)$ عددی گنگ است که با فرض مسأله در تناقض است. (۰/۲۵) صفحه ۸	۰/۷۵
صفحه ۱ از ۷		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱ پایه: دوازدهم رشته: ریاضی و فیزیک تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۷ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir
ردیف	نمره راهنمای نمره گذاری

۱	روش اول: $xy + \frac{1}{2}(y^2 + 1) \geq x(1-x) \Leftrightarrow \underbrace{2xy + y^2 + 1 \geq 2x - 2x^2}_{(./25)} \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + 1 - 2x}_{(./25)} \geq 0$ عبارت حاصل بدیهی است و تمامی روابط برگشت پذیرند. (۰/۲۵) روش دوم: $xy + \frac{1}{2}(y^2 + 1) \geq x(1-x) \Leftrightarrow \underbrace{xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2} - x + x^2}_{(./25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{2}x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}}_{(./25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{1}{2}(x+y)^2 + \frac{1}{2}(x-1)^2}_{(./25)} \geq 0$ عبارت حاصل بدیهی و تمام مراحل برگشت پذیر هستند. (۰/۲۵) روش سوم: $xy + \frac{1}{2}(y^2 + 1) \geq x(1-x) \Leftrightarrow \underbrace{2xy + y^2 + 1 \geq 2x(1-x)}_{(./25)} \Leftrightarrow \underbrace{2x^2 + (2y-2)x + y^2 + 1}_{(./25)} \geq 0$ رابطه فوق همواره برقرار است و تمام روابط برگشت پذیر هستند. (۰/۲۵) زیرا در معادله درجه دوم فوق بر حسب متغیر x داریم: $\begin{cases} a = 2 \\ \Delta = (2y-2)^2 - 4(2)(y^2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \Delta = -4(y+1)^2 \end{cases}$ یعنی $a > 0$ و $\Delta \leq 0$. (۰/۲۵) در صورت نوشتن صحیح معادله درجه دوم بر حسب متغیر y و با ارائه راه حلی با استدلالی مشابه، به تناسب نمره تعلق گیرد. تذکر: اگر به جای عبارت "تمامی روابط برگشت پذیرند" فلش های دو طرفه رسم شده باشد، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. صفحه ۸
صفحه ۲ از ۷	

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱ پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره

روش اول:	$\underbrace{(2k+1)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k^2 + 4k}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4(2q)}_{(0/25)} = 8q$	۵
روش دوم:	می دانیم هر عدد فرد را می توان به یکی از دو صورت $4k+1$ یا $4k+3$ نوشت، پس داریم: $\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{(4k+1)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{16k^2 + 8k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{8k(2k+1)}_{(0/25)} = 8m \\ \underbrace{(4k+3)^2 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{16k^2 + 24k + 9 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{8(2k^2 + 3k + 1)}_{(0/25)} = 8n \end{array} \right.$	
روش سوم:	$\underbrace{(2k+1)^2 - 1}_{(0/5)} \equiv 4k^2 + 4k \equiv \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} \equiv 8q \equiv 0$	صفحه ۱۵
روش اول:	$\left. \begin{array}{l} 3a 4k+2 \Rightarrow 3a 2 \cdot k + 10 \\ 3a 5k+1 \Rightarrow 3a 2 \cdot k + 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(0/25)} 3a (2 \cdot k + 10) - (2 \cdot k + 4) \Rightarrow 3a 6 \Rightarrow a 2 \Rightarrow a = 2$	۶
روش دوم:	$\left. \begin{array}{l} 3a 4k+2 \Rightarrow 4k \equiv -2 \Rightarrow 2 \cdot k \equiv -10 \\ 3a 5k+1 \Rightarrow 5k \equiv -1 \Rightarrow 2 \cdot k \equiv -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(0/5)} \begin{array}{l} 2 \cdot k \equiv -10 \\ 2 \cdot k \equiv -4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2 \equiv 0 \\ 2 \equiv 0 \end{array} \Rightarrow a = 2$	
روش سوم:	$\left. \begin{array}{l} 3a 4k+2 \Rightarrow 4k+2 = 3aq_1 \xrightarrow{\times 5} 2 \cdot k + 10 = 3aq_3 \\ 3a 5k+1 \Rightarrow 5k+1 = 3aq_2 \xrightarrow{\times 4} 2 \cdot k + 4 = 3aq_4 \end{array} \right\} \xrightarrow{(0/25)} \begin{array}{l} 2 = 3aq_3 \\ 2 = 3aq_4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 2 = aq_3 \\ 2 = aq_4 \end{array} \Rightarrow a = 2$	صفحه ۱۲
صفحه ۳ از ۷		

روش اول:

$$30x \equiv 50 - 2x \Rightarrow 32x \equiv 50, (32, 11) | 50 \Rightarrow \underbrace{4x \equiv 6}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2x \equiv 3}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2x \equiv 14}_{(0/25)} \Rightarrow x \equiv 7$$

$$\Rightarrow \underbrace{x = 11k + 7}_{(0/25)} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

روش دوم:

$$35x \equiv 50 - 2x \Rightarrow 37x \equiv 50 \cdot (0/25) \Rightarrow 37x \equiv (19 \times 11) + 50 \cdot (0/25) \Rightarrow 37x \equiv 259$$

$$(37, 11) = 1 \Rightarrow x \equiv 7 \cdot (0/25) \Rightarrow \underbrace{x = 11k + 7}_{(0/25)} \quad k \in \mathbb{Z}$$

صفحه ۲۵

۷

$$\underbrace{6 + 3(31) + 2(30) + 10}_{(0/25)} \equiv \underbrace{-1 + 2 + 4 + 3}_{(0/25)} \equiv 1$$

رسم جدول (۰/۲۵)

ی	د	س	چ	پ	ج	ش
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۱۰ آذرماه دوشنبه است. (۰/۲۵)

تذکره: در صورتی که بدون رسم جدول، جواب نهایی درست باشد (۰/۵) نمره تعلق گیرد.

صفحه ۲۴

۸

الف) $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $q = 7$ (۰/۲۵)

ب) $acdeb$ یا $adceb$ (۰/۵)

پ) $cdebac$ یا $cabedc$ یا $cebadc$ یا $cdabec$ (۰/۵)

ت) $x = a$ ، $x = e$ (۰/۲۵)

صفحه ۴۱

۹

روش اول:

$$\underbrace{2q = 40 \Rightarrow q = 20}_{(0/25)} \text{ و } \underbrace{q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}}_{(0/25)} \Rightarrow 20 + q(\bar{G}) = 28 \Rightarrow \underbrace{q(\bar{G}) = 8}_{(0/25)}$$

روش دوم:

$\sum \deg_{K_p}(v_i)$: مجموع درجات گراف کامل

$$\sum \deg_G(v_i) + \sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = \sum \deg_{K_p}(v_i) \Rightarrow 40 + \sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = 56$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sum \deg_{\bar{G}}(v_i) = 16}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{2q(\bar{G}) = 16}_{(0/25)} \Rightarrow q(\bar{G}) = 8$$

صفحه ۳۸

۱۰

صفحه ۴ از ۷

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۷		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				
ردیف		راهنمای نمره گذاری		
نمره				

۱۱	صفحه ۳۵ $\begin{cases} q = \frac{3}{2}p \quad (۰/۵) \\ p+q=20 \end{cases} \Rightarrow p=8 \quad (۰/۲۵), \quad q=12 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۲	الف) روش اول: $\left. \begin{aligned} \gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{p}{\Delta+1} \right\rfloor &\Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lfloor \frac{8}{4} \right\rfloor \Rightarrow \gamma(G) \geq 2 \quad (۰/۲۵) \\ A = \{b, h\} &\quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma(G) = 2 \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: چون هیچ رأسی در گراف G وجود ندارد که تمام رئوس را احاطه کند، پس عدد احاطه گری نمی تواند یک باشد (۰/۵) از طرفی مجموعه دو عضوی $A = \{b, h\}$ یک مجموعه احاطه گر است (۰/۲۵) لذا $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) تذکر: برای هر مجموعه احاطه گر دو عضوی دیگر به جای مجموعه احاطه گر A، نمره تعلق گیرد. صفحه ۴۹ ب) $\{a, b, c, d\}$ یا $\{a, f, c, h\}$ (۰/۵) صفحه ۴۶	۱/۵
۱۳	به رسم یک گراف از گراف های زیر (۰/۵) نمره تعلق گیرد. یا صفحه ۵۳	۰/۵
صفحه ۵ از ۷		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران		
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir				
ردیف	راهنمای نمره گذاری			
نمره				

۱	الف) روش اول: $\frac{8!}{4! \times 2! \times 2!} = 420 \quad (0/25)$ (0/5) روش دوم: $\binom{8}{4} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 420 \quad (0/25) \quad \text{یا} \quad \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} = 420 \quad (0/25) \quad \text{یا} \quad \binom{8}{2} \binom{6}{4} \binom{2}{2} = 420 \quad (0/25)$ (0/75) صفحه ۵۹ ب) روش اول: تعداد توابع پوشا: n $n = 3^m - (3 \times 2^m - 3) \xrightarrow{m=5} 3^5 - (3 \times 2^5 - 3) = 243 - 93 = 150 \quad (0/25)$ (0/5) روش دوم: S: تعداد کل توابع از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی $A_1 = A_2 = A_3$: تعداد توابعی که فقط شامل دو عضو از برد باشند $ S = 3^5 = 243$ $ A_1 = A_2 = A_3 = 2^5 = 32$ $ A_1 \cap A_2 = A_1 \cap A_3 = A_2 \cap A_3 = 1$ $ A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ $ A_1 \cup A_2 \cup A_3 = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 243 - (3 \times 32 - 3 \times 1 + 0) = 150 \quad (0/25)$ (0/5) صفحه ۸۳	۱۴
	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8, \quad x_5 = 1, \quad x_1 \geq 2 \Rightarrow x_1 - 2 \geq 0 \quad (0/25)$ $t_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 - 2 - 1 = 5 \quad (0/5) \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{3} = 56 \quad (0/25)$ (0/5) صفحه ۷۱	
۱/۵	صفحه ۶ از ۷	۱۵

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته-۱۲۰۷۱ پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۱۰/۱۰
تعداد صفحه: ۷	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴	مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	Azmoon.medu.ir
ردیف	راهنمای نمره گذاری	نمره

۱۶	صفحه ۶۲	۱	$t=1$ (۰/۲۵) ، $x=1$ (۰/۲۵) ، $z=3$ (۰/۲۵) ، $y=2$ (۰/۲۵)
۱۷	صفحه ۶۳	۱/۵	S: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ A: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۳ بخش پذیرند. B: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۷ بخش پذیرند. $A \cap B$: تعداد اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۶۰۰ که بر ۲۱ بخش پذیرند. $ A \cup B = A + B - A \cap B = \left[\frac{600}{3} \right] + \left[\frac{600}{7} \right] - \left[\frac{600}{21} \right] = 200 + 85 - 28 = 257 \quad (۰/۲۵)$ $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 600 - 257 = 343 \quad (۰/۲۵)$
۱۸	روش اول:	۱	n: تعداد لانه ها (ماه های سال) ، $k+1$: حداقل کبوترها (دانش آموزان دبیرستان) $k+1=21 \Rightarrow k=20$ (۰/۲۵) $nk+1=12 \times 20+1=241$ (۰/۲۵) (۰/۵) روش دوم: m: حداقل تعداد دانش آموزان دبیرستان به کمک عمل تقسیم داریم: $m=12 \times 20+1=241$ (۰/۲۵) (۰/۷۵) روش سوم: t: تعداد دانش آموزان دبیرستان ، $k+1$: حداقل کبوترها (دانش آموزان دبیرستان) $\left[\frac{t-1}{k} \right] = n \Rightarrow \left[\frac{t-1}{20} \right] = 12 \Rightarrow 12 \leq \frac{t-1}{20} < 13 \Rightarrow t \geq 241$ (۰/۵) (۰/۲۵) بنابراین حداقل تعداد دانش آموزان دبیرستان ۲۴۱ نفر است. (۰/۲۵)
۲۰	جمع		موفق باشید
			صفحه ۷ از ۷